

Méthodologie technico-statistique
d'évaluation des politiques publiques de
soutien à la production d'électricité éolienne

1.1: Identification des puissances installables par le biais de systèmes d'information géographiques (SIG)

L'installation et l'opération d'éoliennes sur le territoire de l'île de la Réunion constitue un des moyens privilégiés d'assurer un développement social et économique soutenable. L'électricité d'origine éolienne, au même titre que l'électricité solaire, présente le double avantage de participer à tendre vers un mix énergétique à l'empreinte carbone nulle et de substituer l'usage de ressources locales et renouvelables à la consommation de ressources fossiles et localement absentes des sous sols. A la manière des gisements fossiles et en particulier du pétrole, dont les coûts d'extraction varient selon les zones géographiques, le gisement éolien est associé à une grande variabilité spatiale des conditions d'exploitations de la ressource. La qualité d'un gisement relève de l'accessibilité de la ressource et de son abondance, soit dans le cas de l'éolien la forte proportion de vents suffisamment forts. L'exploitation d'un gisement d'intérêt peu accessible, dans le cas de l'extraction du pétrole, s'effectue à un coût qui peut s'avérer rédhibitoire au vu du prix de marché. C'est notamment le cas de l'extraction du pétrole en mer à grandes profondeurs ou de la production d'hydrocarbures non conventionnels qui nécessitent des technologies plus coûteuses que le développement de champs traditionnels. De manière similaire, l'île de la Réunion possède un gisement éolien offshore certain dont l'exploitation par des types de technologies flottantes n'est néanmoins pas envisageable d'un point de vue économique ou même technique à l'heure actuelle. L'exploitation des gisements on shore dépend également largement des caractéristiques de la géographie physique et humaine du territoire. Les caractéristiques physiques de la géographie du territoire peuvent rendre un site inaccessible pour l'exploitation du gisement éolien du fait de la présence de cours d'eau, du relief, d'une altitude ou d'un degré de pente rédhibitoires. Par ailleurs, dans de nombreux cas où l'exploitation du gisement éolien est techniquement envisageable à partir des technologies disponibles sur le marché, elle ne peut être effectuée qu'à un coût social et environnemental rédhibitoire du fait de l'affectation présente des espaces (zones d'habitations, zones aéroportuaires, proximité de radars), des objectifs de développement du territoire (conservation des espaces naturels), ou de la présence d'espaces dédié à la conservation de l'habitat naturel des espèces animales et végétales menacées. L'identification des zones de coûts environnementaux rédhibitoires à la Réunion est réalisée par le biais d'une veille juridique regroupant l'ensemble de la réglementation mise en place afin d'assurer la conservation des espaces naturels et espèces protégées. La compilation de l'information concernant les zones d'habitats et de déplacements des espèces susceptibles d'être affectées par l'installation et l'opération d'éoliennes de grande envergure permet de compléter l'information sur les zones de coûts environnementaux rédhibitoires. Les espaces de coûts sociaux rédhibitoires sont identifiés par une prise en compte de la législation introduite afin de réglementer les espaces adjacents aux zones d'habitations et aux autres installations en place sur le territoire (aéroports, radars, etc). Concernant les zones d'habitations, les propositions formulées au cours des débats parlementaires ont également été prises en compte. Les sources d'information permettant la délimitation des zones de coûts environnementaux et sociaux rédhibitoires sont présentées à la Figure 1.

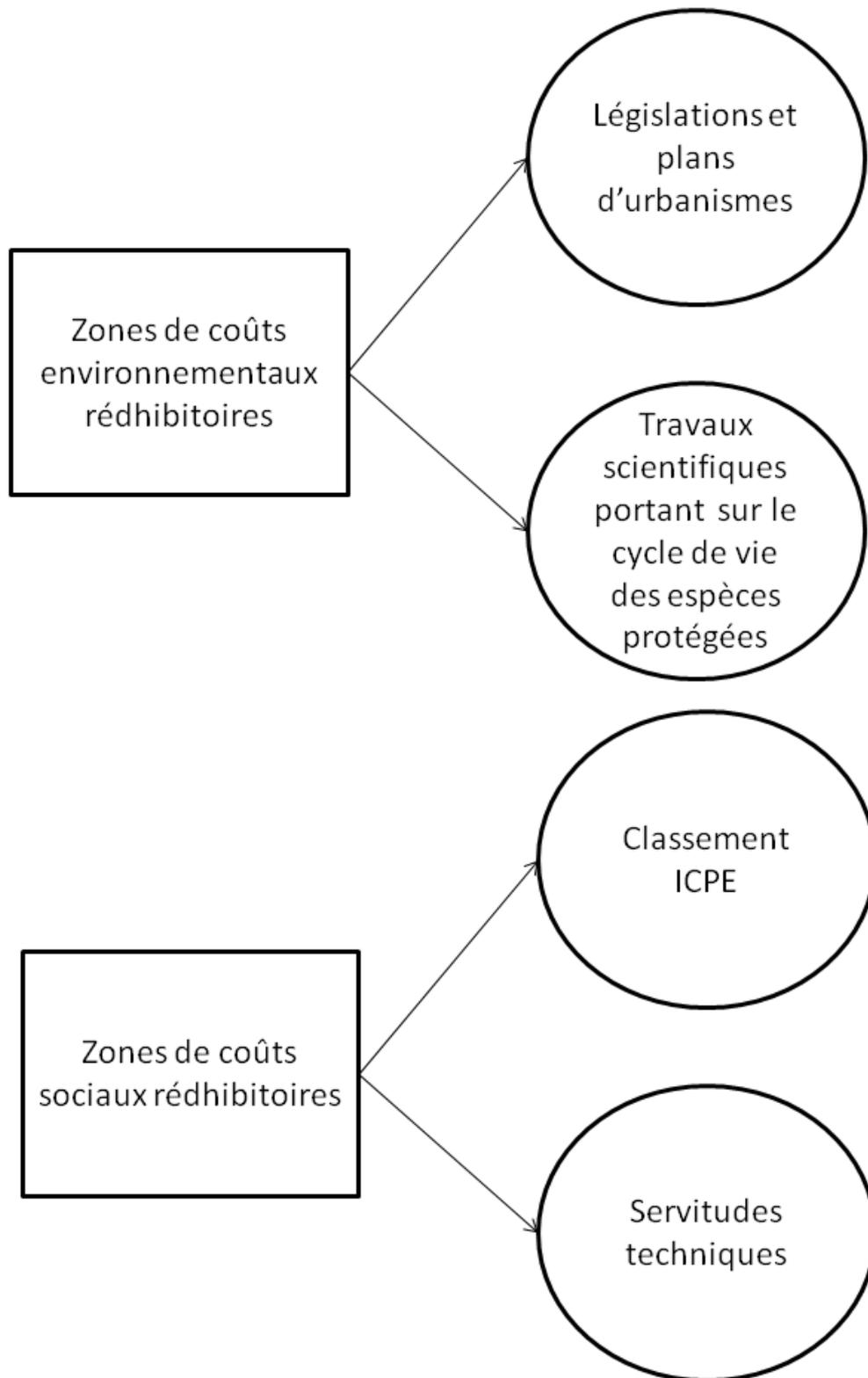


Figure 1: Identification des zones de coûts environnementaux et sociaux rédhibitoires

Les dispositions réglementaires qui permettent d'identifier les zones de coûts environnementaux relèvent, d'une part des multiples dispositions législatives encadrant les espaces naturels et les zones d'habitats des espèces animales et végétales protégées, et d'autre part des plans d'urbanisme tel que le Schéma d'Aménagement Régional (SAR) qui identifie les zones naturelles du territoire à préserver. Les résultats des travaux scientifiques concernant

les espèces protégées de la Réunion sont également pris en compte pour l'identification des zones de coûts environnementaux rédhibitoires. Les zones de coûts sociaux rédhibitoires sont identifiées via la législation des installations classées pour la protection de l'environnement (ICPE) introduite par la loi Grenelle II ainsi que par l'ensemble des dispositions législatives relatives aux servitudes techniques. Les espaces concernés ont été spatialisés par le biais de systèmes d'information géographiques et le travail d'identification des zones de coûts rédhibitoires a été réalisé par le biais du logiciel ArcGIS.

La répartition spatiale des zones de coûts rédhibitoires est définie à partir d'une approche évolutive en termes de scénarios. Le premier scenario correspond au cadre réglementaire actuel qui implique l'ensemble des dispositions réglementaires en vigueur s'appliquant à l'installation d'éoliennes de grande envergure. Les espaces ne bénéficiant pas de protection contraignante ne sont pas inclus. Intitulé BAU, il correspond au scenario de référence ou Business As Usual. Le second scenario intitulé Habitat se focalise sur la problématique lié à la protection des riverains en accroissant le périmètre de protection des zones d'habitations comme suggérés lors des débats parlementaires. Le troisième scénario intitulé Biodiversité met l'accent sur la protection de la biodiversité en particulier l'avifaune endémique de l'île. Il reprend les hypothèses du scénario BAU auquel il ajoute les zones de coûts environnementaux rédhibitoires identifiées à partir des résultats des travaux scientifiques portant sur les sites de nidification et les principales zones de déplacement des oiseaux marins, espèces susceptibles d'être affectées par l'installation et l'opération d'éoliennes de grande envergure. Le quatrième scénario correspond à une hypothèse favorisant le développement des puissances éoliennes installées sur le territoire de la Réunion et est décliné selon quatre variantes A, B, C et D. Le scénario A reprend l'ensemble des hypothèses du scénario BAU à l'exception du périmètre de protection des zones d'habitations fixé respectivement à 400 mètres. Le scénario B correspond au scénario BAU auquel sont retranchées les zones de coûts environnementaux rédhibitoires identifiés par le SAR, dont la portée dépasse largement le stricte cadre des installations éoliennes. Le scénario C reprend les hypothèses du scénario B auxquelles sont ajoutées les zones de coûts environnementaux rédhibitoires identifiées à partir des résultats des travaux scientifiques portant sur les espèces susceptibles d'être affectées par l'installation et l'opération d'éoliennes. Le scénario D correspond aux zones de coûts sociaux et environnementaux rédhibitoires les moins restrictives pour le développement de l'éolien. Il reprend les hypothèses du scénario B pour un périmètre de protection des zones d'habitations de 400 mètres, identique à celui fixé au scénario A. Le **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** fournit un détail des hypothèses qui constituent chaque scénario.

Tableau 1: Description des scénarios de politique réglementaire

	Scenario BAU	Scenario Habitat	Scenario Biodiversité	Scenario Eolien			
				A	B	C	D
Eloignement habitations (m)	500	1000	500	400	500	500	400

Zones de coûts environnementaux rédhibitoires identifiés par le SAR	X	X	X	X			
Zones de coûts environnementaux rédhibitoires identifiées à partir des résultats des travaux scientifiques			X			X	

Où H représente la hauteur du mât des éoliennes du parc installé en mètres. Les zones de coûts sociaux et environnementaux non rédhibitoires correspondent aux zones sur lesquelles le gisement éolien est dit accessible. Sur les zones dites accessibles, caractérisées pour chaque scénario, l'exploitation du gisement éolien est techniquement envisageable et des parcs d'éoliennes peuvent être installés. Un parc éolien est composé de plusieurs aérogénérateurs dont la proximité géographique devrait permettre d'assumer que chaque unité fournit la même puissance de sortie au même moment. Néanmoins, dans le cas de l'évaluation de l'énergie éolienne récupérable par un ensemble d'éoliennes disposées selon une configuration spécifique, sommer directement l'énergie récupérable par chaque éolienne comme s'il s'agissait d'éoliennes indépendantes peut aboutir à négliger l'effet de sillage dû au passage du vent dans les éoliennes situées en amont et à introduire un biais vers le haut lors de la quantification de l'énergie récupérable par les éoliennes situées en aval. Afin de permettre la reconstitution de l'écoulement après son passage à travers le rotor d'une des éoliennes située en amont, il est nécessaire d'espacer suffisamment les éoliennes entre deux rangs et au sein de chaque rang. D'après les normes techniques utilisées pour les parcs éoliens sur la zone des Mascareignes, une distance entre éoliennes de l'ordre de trois fois le diamètre du rotor ainsi qu'une distance de l'ordre de dix fois le diamètre du rotor entre deux rangs d'éolienne sont nécessaires à la reconstitution quasi complète du profil d'écoulement. Ces règles d'espacement ont été utilisées sur les zones pour lequel le gisement éolien est accessible et les lignes d'éoliennes ont été représentées de manière à former un angle de 90° par rapport à la direction du vent dominant Est Sud-est.

La Figure 2 illustre les résultats en termes de puissances installées sur les zones de potentiel éolien accessible pour le scénario BAU et pour la technologie d'éolienne Vergnet GEV MP dont le mât possède une hauteur de 60 mètres et dont le rotor possède un diamètre de 30 mètres.

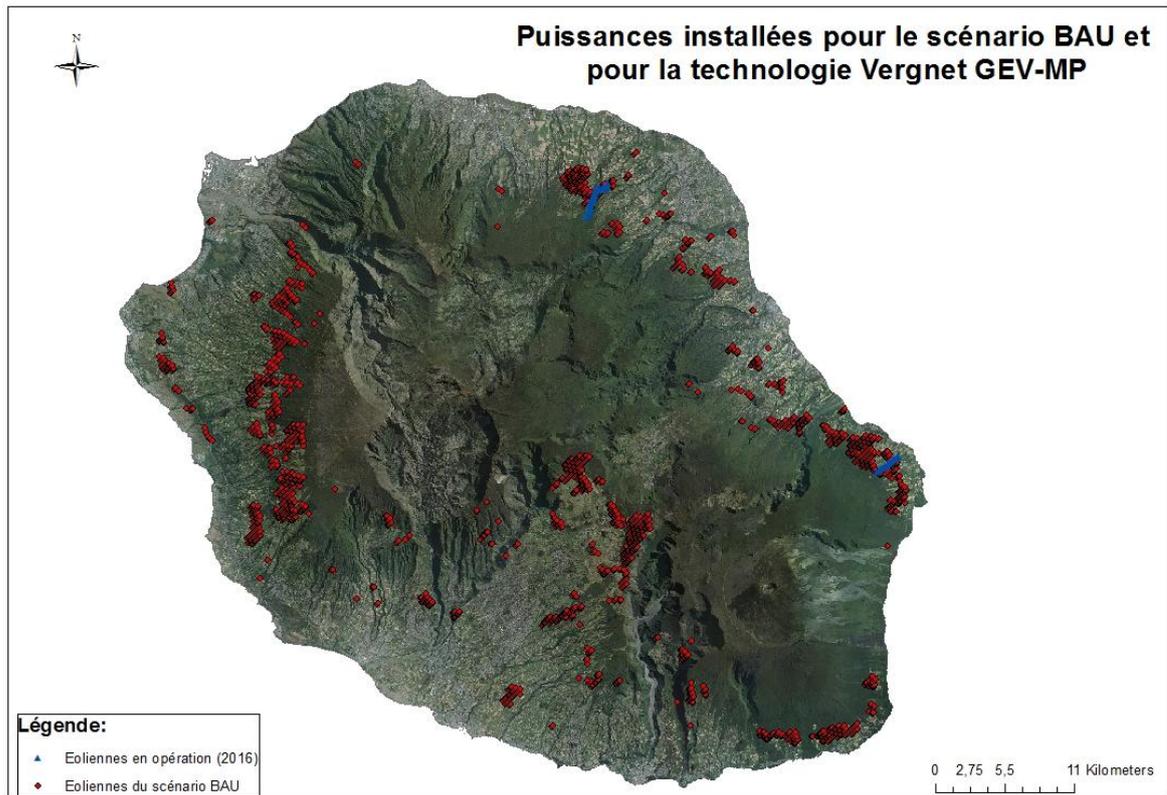
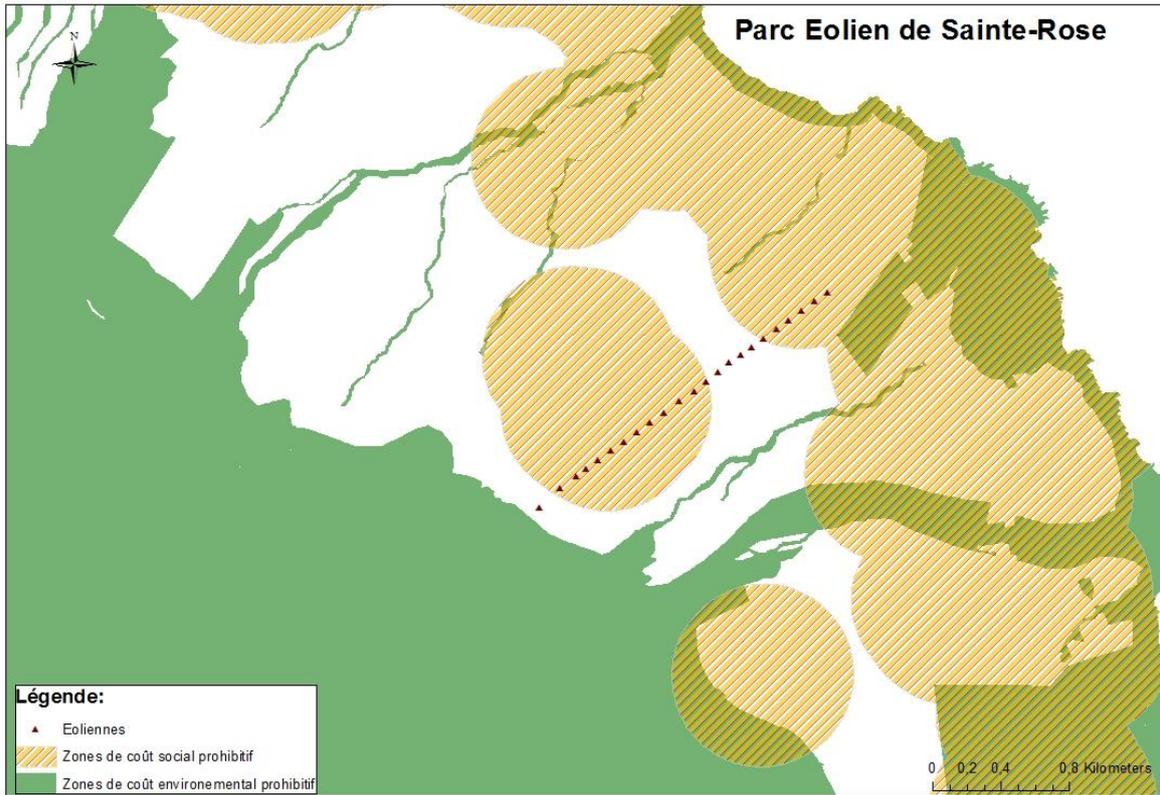


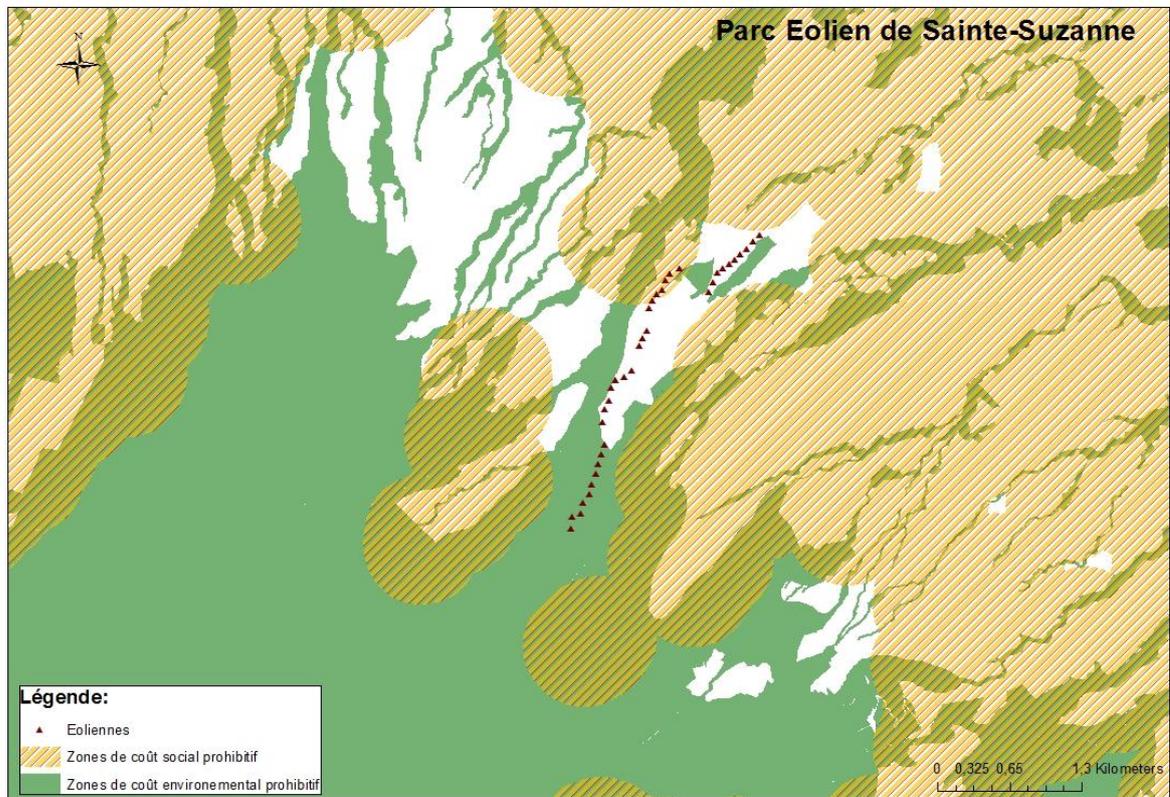
Figure 2: Puissances installées sur zones accessibles pour le scénario BAU et la technologie GEVMP

La puissance totale installée sur les zones où le gisement éolien est accessible pour le scénario BAU et pour la technologie GEVMP est égale à 667.7 MW. Les parcs éoliens de Sainte-Suzanne et Sainte-Rose, installés en 2011 avant la promulgation de Grenelle II et l'adoption du SAR, comprennent de nombreuses éoliennes situées en dehors des zones où le gisement éolien est accessible à des éoliennes de technologie Vergnet GEV-MP pour le scénario BAU comme l'illustre la Figure 3 et la



Source: IGN

Figure 4.



Source: IGN

Figure 3: Cartographie des zones accessibles du scenario BAU et du parc éolien de Sainte-Suzanne

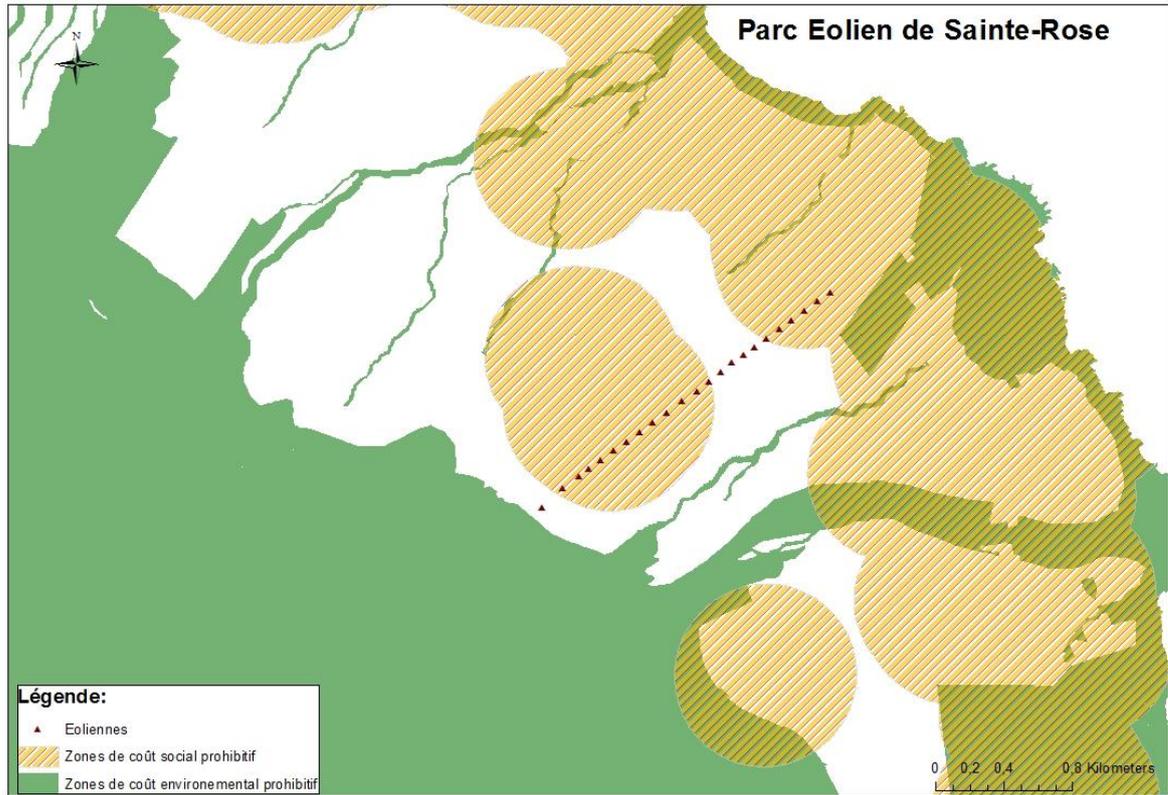


Figure 4: Cartographie des zones accessibles du scenario BAU et du parc éolien de Sainte-Rose

1.2: Mesure du vent

Le vent peut être représenté comme une grandeur vectorielle à l'intérieur d'un des 3 systèmes de coordonnées suivants : cartésien, sphérique ou cylindrique¹. Au sein du système cartésien, le vecteur vent est décomposé selon trois composantes dirigées respectivement vers le nord, l'est et le zénith. Ces trois composantes correspondent aux projections du vecteur vent sur trois axes de coordonnées perpendiculaires entre eux et dont les coordonnées résultantes sont appelés abscisse, ordonnée et cote. Le système cartésien est illustré à la Figure 5.

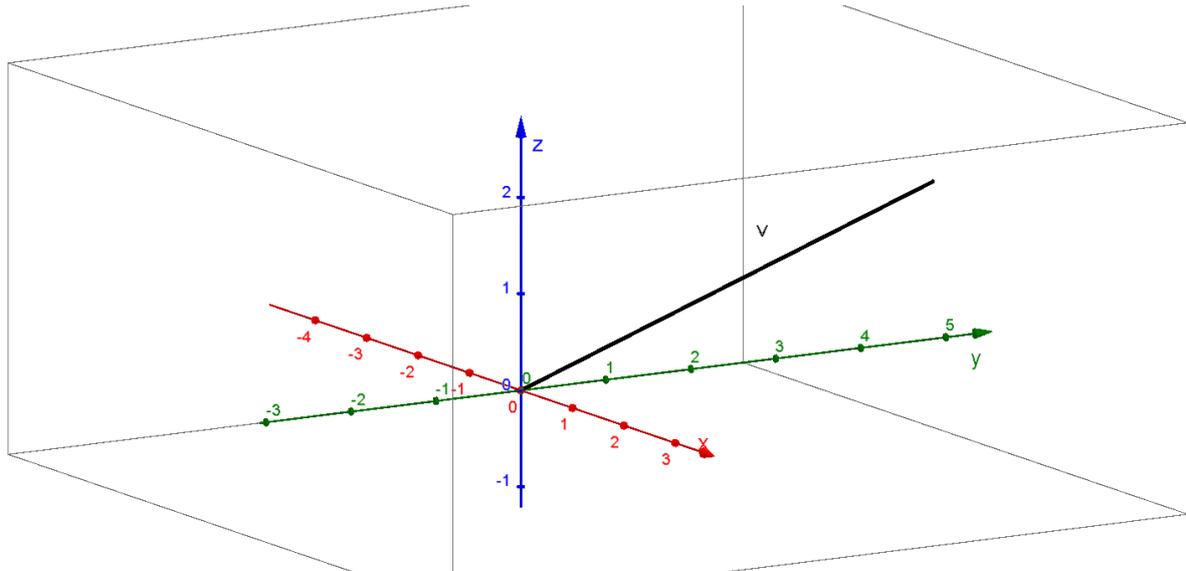


Figure 5 : Système de coordonnées cartésien

En coordonnées cylindriques, la composante horizontale du vent est définie par un vecteur dont le module γ représente la vitesse horizontale du vent dans le plan horizontal et un angle polaire α mesuré par rapport à un axe de référence et indiquant la direction de provenance du vent par convention. La composante verticale δ est quant à elle comptée vers le haut du cylindre et est identique à la cote au sein du système cartésien. Le système cylindrique est illustré à la Figure 6.

¹ Cette section s'inspire du chapitre de l'ouvrage de Justus auquel nous renvoyons le lecteur pour davantage de détails

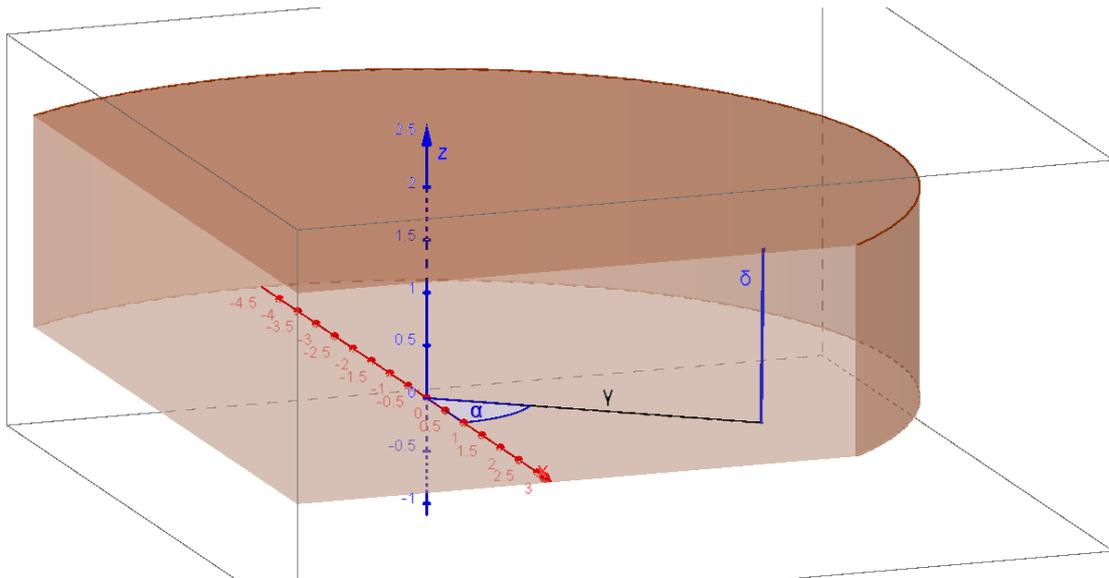


Figure 6: Système de coordonnées cylindrique

La représentation sphérique du vecteur vent se fait quant à elle, selon un rayon vecteur, dont le module v représente la vitesse du vent et selon deux angles. Le premier angle, α , indique une direction référencée par rapport au nord dans le plan horizontal et le second angle, β , représente une direction qui correspond à l'angle formé avec le plan horizontal. Le système sphérique est illustré à la Figure 7.

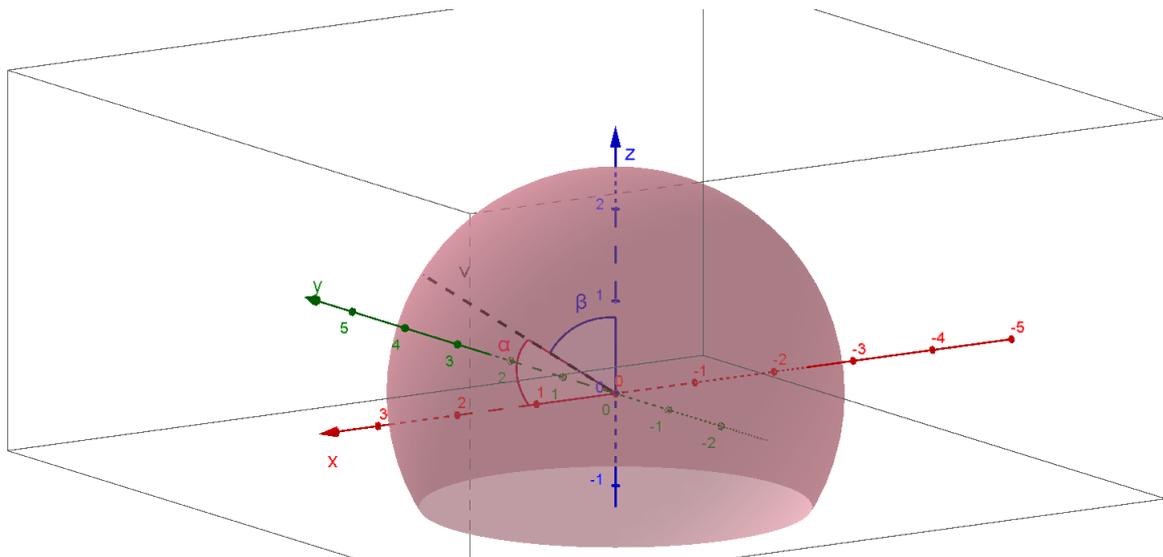


Figure 7: Système de coordonnées sphérique

Les systèmes cylindriques et sphériques sont indistincts dans le plan horizontal et dégèrent dans le système polaire. En coordonnées polaires, le vecteur vent est défini par un rayon vecteur, dont le module v représente la vitesse du vent dans le plan horizontal, et une direction θ mesurée par rapport à un axe de référence. Cette direction ou angle polaire, généralement comptée par rapport au nord, est mesurée positivement dans le sens de la marche normale des aiguilles d'une montre. Le système polaire est représenté à la Figure 8.

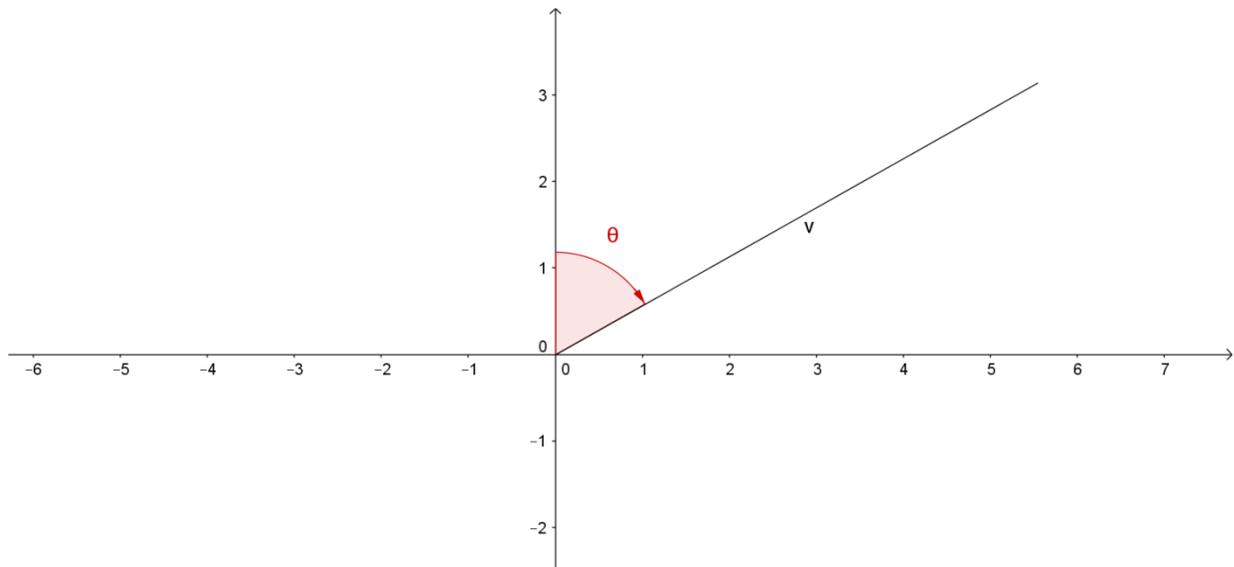


Figure 8: Système de coordonnées polaire

La mesure conjointe des composantes horizontale et verticale du vent nécessite le recours à des instruments rarement utilisés comme les anémomètres à trois hélices ou les anémogirouettes à deux directions. Les modèles d'anémomètres à moulinet et les girouettes fixes dans le plan installés à l'île de la Réunion permettent exclusivement la mesure du vent dans le plan horizontal. Le vecteur vent étudié au sein de la présente thèse se réduit à sa composante horizontale représentée au sein d'un **système de coordonnées polaire**, système à deux dimensions. Les deux composantes caractéristiques du vecteur vent dans le plan, la vitesse horizontale et la direction sont pertinentes pour évaluer le gisement éolien à un site d'intérêt. L'étude des vitesses du vent permet d'assurer le bon dimensionnement des éoliennes alors que l'étude des directions du vent assure la bonne disposition spatiale du parc éolien. Non étudiée dans le cadre de cette thèse, l'étude de la composante verticale du vent permet l'étude du stress supporté par les éoliennes durant leur cycle de vie et permet d'anticiper la durée d'opération des machines avant leur mise au rebut.

La vitesse du vent est exprimée au sein de cette thèse en mètres par seconde (m/s). Elle peut également être exprimée en kilomètres par heure (km/h) ou en nœuds (kt). Un mètre par seconde équivaut à 3.6 kilomètres par heure et à 1.85 nœuds. Composé de deux parties, un moulinet et un transducteur, un anémomètre à moulinet assure la mesure de la vitesse du vent. L'anémomètre peut être de deux types selon l'axe de rotation du moulinet. Les modèles d'anémomètres dont l'axe de rotation est perpendiculaire au vecteur vent mesuré possèdent un moulinet constitué par des coupelles, tandis que les modèles dont l'axe de rotation est parallèle au vecteur vent possèdent un moulinet composé par des hélices. Le second composant, le transducteur, assure la conversion de la vitesse de rotation du moulinet en un signal de mesure exploitable. Dans le principe, et pour un anémomètre bien conçu, la vitesse angulaire du moulinet varie linéairement avec la vitesse du vent. Des cas de non linéarité existent néanmoins du fait du seuil de démarrage de l'anémomètre et de son seuil de destruction. Le seuil de démarrage des anémomètres correspond au seuil au dessous duquel l'appareil de mesure ne peut fournir d'information sur la vitesse du vent. Les vents dont la vitesse est inférieure au seuil de démarrage de l'anémomètre sont regroupés au sein d'une classe de vent appelé classe des vents calmes et à laquelle une vitesse nulle ($v = 0$) est prêtée par convention. Le seuil de démarrage varie en fonction du type de technologie, de même que le mode d'acquisition des données et le mode de production des moyennes de vitesses du vent. Les caractéristiques techniques des instruments de mesure du vent installés à la Réunion sont présentées au Tableau 2. La fréquence de mesure, la période sur laquelle les données de

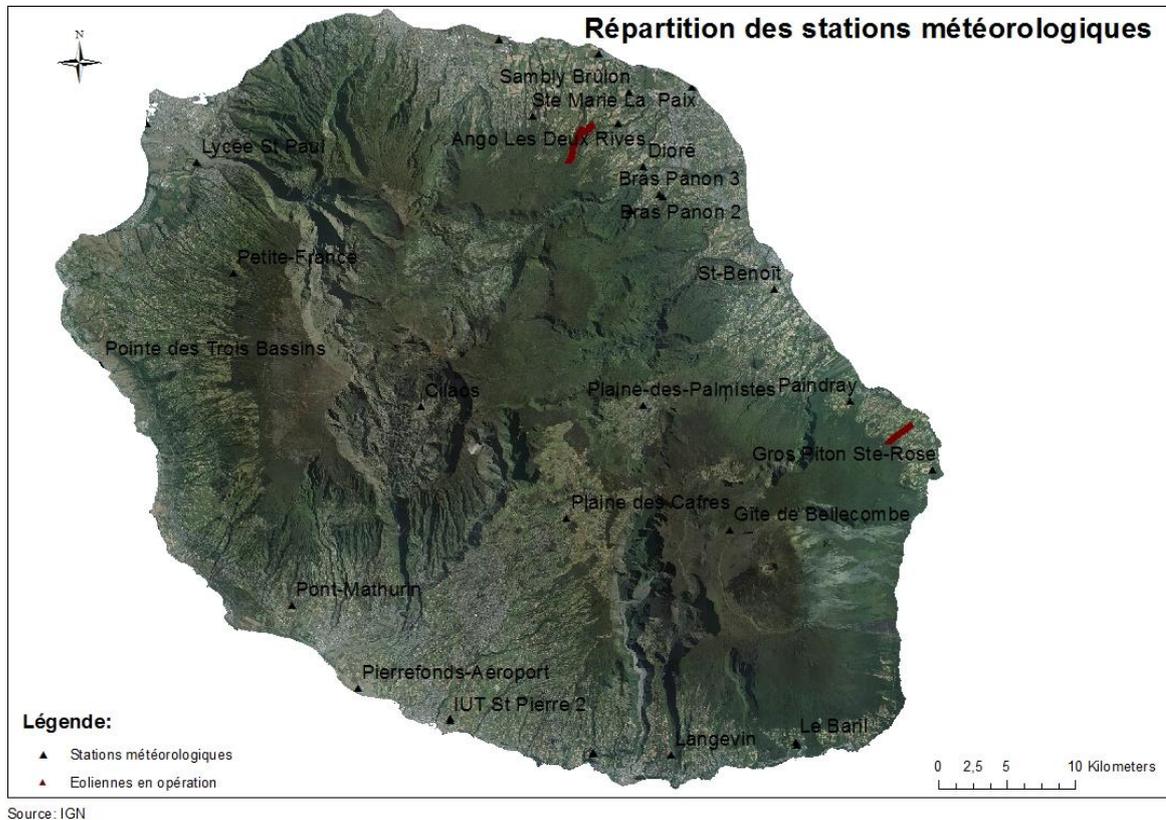
moyenne sont établies ainsi que le degré de précision des données de moyenne des vitesses du vent varient selon les anémomètres des stations météorologiques installées à la Réunion.

Tableau 2: Caractéristiques techniques des anémomètres à la Réunion

Station	Caractéristiques de l'anémomètre			Moyenne	
	Technologie	Seuil de démarrage (m.s ⁻¹)	Fréquence de mesure (s)	Période en (min)	Nb de décimales
Paindrey	NRG	0.4 (0.38)	2	10	5
IUT Station université	N/A	N/A	N/A	1	3
Bellevue Bras-Panon	Deolia	0.5	0.5	60	1
Pont-Mathurin	Deolia	0.5	0.5	60	0
Plaine-des-Palmistes	Deolia	0.5	0.5	60	0
Le Port	Deolia	0.5	0.5	60	0
St-Benoît	Deolia	0.5	0.5	60	0
Petite-France	Deolia	0.5	0.5	60	0
Pointe des Trois Bassins	Deolia	0.5	0.5	60	1
Pierrefonds-Aéroport	Deolia	0.5	0.5	60	0
Le Baril	Deolia	0.5	0.5	60	0
Gillot-Aéroport	Deolia	0.5	0.5	60	1
Gros Piton Ste-Rose	Deolia	0.5	0.5	60	0
Gîte de Bellecombe	Deolia	0.5	0.5	60	0
Plaine des Cafres	Deolia	0.5	0.5	60	1
Cilaos	Deolia	0.5	0.5	60	0
Le Baril 2	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Bel Air	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Dioré	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Langevin	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Sambly	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Ste Marie la Paix	NRG	0.4	2	10 minutes	1
St Paul	NRG	0.4	2	10 minutes	1
IUT 2 (campagne 2003)	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Ango	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Bras Panon 2	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Carosse St Joseph	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Le Colosse St André	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Bras Panon 3	NRG	0.4	2	10 minutes	1
Carosse St Joseph 2	NRG	0.4	2	10 minutes	1

La répartition spatiale des stations de mesure est cartographiée à la Figure 9 : Répartition des stations météorologiques à la Réunion Figure 9 . La couverture du territoire de la Réunion apparait comme importante au premier abord. Ce constat est à nuancer en intégrant la durée des campagnes de mesure effectuées. La durée de mesure excède l'année seulement pour 16 des stations météorologiques introduites au Tableau 2. Pour la majorité des mats de mesure

installés à la Réunion, la vitesse du vent est mesurée à une altitude unique. Sur 11 des stations, les mesures ont néanmoins été effectuées à de multiples altitudes. Mesurer la vitesse du vent à diverses altitudes permet de mettre en rapport les régimes de vent à différentes altitudes afin d'établir le profil vertical du vent sur le site d'étude. Les coordonnées géographiques sont présentées au Tableau 2 de même que la période de mesure, l'altitude de la station et l'altitude de mesure.



Source: IGN

Figure 9 : Répartition des stations météorologiques à la Réunion

Tableau 3 : Description des sites et caractéristiques des campagnes de mesure

Station météorologique	Longitude ²	Latitude ³	Altitude	Altitude de mesure (m)	Période de mesure (Mois.Année)
Paindray	372430,3	7662565,0	212	50/40	04.2007-11.2009
IUT	343418,7	7639412,5	69	10	11.2006-04.2014
Bellevue Bras-Panon	356598,4	7676520,5	480	10	01.2001-31.2010
Pont-Mathurin	331915,5	7647635,5	20	10	01.2001-31.2010
Plaine-des-Palmistes	357415	7662288,5	1032	10	01.2001-31.2010
Le Port	321355,6	7682915,0	9	10	01.2001-31.2010
St-Benoît	366937,9	7670806,5	43	10	01.2001-31.2010
Petite-France	327660,7	7671959,5	1200	10	01.2001-31.2010
Pointe des Trois Bassins	318029,2	7665264,5	5	10	01.2001-31.2010
Pierrefonds-Aéroport	336699,6	7641626,5	21	10	01.2001-31.2010
Le Baril	368492,8	7637663,5	115	10	01.2001-31.2010

² Dans le système de coordonnées RGR92 UTM zone 40S

³ Dans le système de coordonnées RGR92 UTM zone 40S

Gillot-Aéroport	346961,3	7689045,5	8	10	01.2001-31.2010
Gros Piton Ste-Rose	378455,7	7657563,0	181	10	01.2001-31.2010
Gîte de Bellecombe	363734,1	7653143,5	2245	10	01.2001-31.2010
Plaine des Cafres	351865,9	7654046,0	1560	10	01.2001-31.2010
Cilaos	341274,2	7662233,0	1197	10	01.2001-31.2010
Le Baril 2	368642,9	7637391,5	80	50/40/30	03.2004-07.2004
Bel Air	354170	7688033,5	64	30/20/10	02.2004-07.2004
Dioré	357406,5	7679784,0	212	50/40/30	05.2004- 07.2004
Langevin	359477,7	7636673,5	200	50/40/30	04.2004- 07.2004
Sambly	356399,9	7685163,0	150	50/40/30	02.2004- 07.2004
Ste Marie la Paix	349365,4	7683475,5	330	50/40/30	03.2004-07.2004
St Paul	325036	7680070,5	170	25/16/10	04.2004- 07.2004
IUT 2 (campagne 2003)	343385,6	7639263,5	65	30/20	03.2004- 07.2004
Ango	355620	7682894,5	205	40/30/20	11.2001- 07. 2002
Bras Panon 2	358854,3	7677563,0	251	40/30	11. 2001- 07. 2002
Carosse St Joseph	353836,5	7636816,5	255	40/30	11. 2001- 07. 2002
Le Colosse St André	360945,8	7685557,0	5	40/30	12. 2001-07. 2002
Bras Panon 3	358622,8	7677731,5	255	12	04. 2001-04. 2002
Carosse St Joseph 2	353801,7	7636843,5	260	12	03. 2001-07. 2002

La direction du vent est mesurée par une girouette et est exprimée en degrés. Elle est indiquée par la dizaine de degré la plus proche sur une échelle allant de 0 à 360 degrés, le zéro correspondant par convention à la classe des vents calmes pour lesquels la girouette n'est pas en mesure de fournir la direction de provenance du vent. Au sein du système météorologique traditionnel, la ligne initiale est située au Nord, et la direction angulaire depuis laquelle le vent souffle est mesurée par rapport au Nord dans le sens de la marche normale des aiguilles d'une montre. Le système de coordonnées polaires mathématiques diffère néanmoins. Il possède une direction initiale à l'Est et la direction angulaire vers laquelle le vent souffle est mesurée par rapport à l'Est dans le sens inverse de la marche normale des aiguilles d'une montre.

1.3: Loi de distribution du vent

1.3.1. Distribution empirique de la vitesse et de la direction du vent

La caractérisation du gisement éolien sur le site où l'appareil de mesure est installé est réalisée par l'appréhension conjointe des mesures de la vitesse et de la direction du vent. Le régime de vent est complètement représenté par la distribution empirique bivariée de la vitesse et de la direction du vent. La fonction de répartition correspondante est définie à l'Eq.(1) pour un échantillon de valeurs $\{(v_1, \theta_1), \dots (v_n, \theta_n)\}$

$$F_{V,\theta;emp}(V, \theta) = \frac{\sum_{(v,\theta)} I_{[<v;1]}(v) I_{[<\theta;1]}(\theta)}{n} \quad (1)$$

Où $I_{[A;1]}(x)$ est une fonction indicateur égale à 1 si $x \in A$ et 0 si $x \notin A$. La probabilité que la vitesse du vent v et la direction du vent θ appartiennent respectivement aux classes I et J est décrite à l'Eq.(2).

$$P(v \in I, \theta \in J) = F_{V,\theta;emp}(V_{max,I}, \theta_{max,J}) - F_{V,\theta;emp}(V_{min,I}, \theta_{min,J}) = \frac{n_{i,j}}{n} \quad (2)$$

Où $V_{max,I}$ $\theta_{max,J}$ correspondent respectivement aux valeurs des bornes supérieures des classes I et J . $V_{min,I}$ et $\theta_{min,J}$ correspondent respectivement aux valeurs des bornes inférieures des classes I et J . $n_{i,j}$ correspond au nombre d'occurrence à l'intersection des classes I et J . La distribution empirique bivariée de la vitesse v et de la direction θ consiste dès lors en la représentation des fréquences d'occurrence par intervalle de valeurs de la vitesse et de la direction du vent. La classe des vents calmes pour laquelle la vitesse et la direction du vent sont nulles est représentée comme une classe supplémentaire. La distribution bivariée de la vitesse v et de la direction θ est décrite à l'Eq.(3).

$$\begin{cases} f_{V,\theta;emp}(v, \theta) = \prod_{(I,J)} [F_{V,\theta;emp}(V_{max,I}, \theta_{max,J}) - F_{V,\theta;emp}(V_{min,I}, \theta_{min,J})]^{I_{[I;1]}(v) I_{[J;1]}(\theta)} \\ f_{V,\theta;emp}(0,0) = \frac{\sum_{(v,\theta)} I_{[0;1]}(v) I_{[0;1]}(\theta)}{n}, v = 0, \theta = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Où $I_{[A;1]}(x)$ est une fonction indicateur égale à 1 si $x \in A$ et 0 si $x \notin A$.

La distribution bivariée annuelle de la vitesse et de la direction du vent pour la station météorologique de Pierrefonds est illustrée au Tableau 4.

Tableau 4: Distribution bivariée annuelle de la vitesse et de la direction du vent pour la station météorologique de Pierrefonds pour 2010

	[0,5 , 1)	[1 , 3)	[3 , 5)	[5 , 7)	[7 , 9)	[9 , 11)	[11 , 13)	[13 , 15)	[15 , 25)	[25 , Inf)	Total
[345 , 15)	0,00	2,35	1,90	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,26
[15 , 45)	0,00	6,34	14,40	0,68	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	21,42
[45 , 75)	0,00	4,50	5,38	0,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,08
[75 , 105)	0,00	2,67	4,48	2,10	0,58	0,12	0,01	0,00	0,00	0,00	9,95
[105 , 135)	0,00	1,09	2,24	4,09	6,15	7,00	3,90	1,23	0,32	0,00	26,03
[135 , 165)	0,00	0,99	2,29	1,63	1,35	0,71	0,08	0,03	0,01	0,00	7,10

[165 , 195)	0,00	1,24	2,18	0,29	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,75
[195 , 225)	0,00	1,16	1,93	0,18	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,30
[225 , 255)	0,00	1,31	2,90	0,44	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	4,69
[255 , 285)	0,00	0,66	2,36	1,90	0,63	0,22	0,01	0,00	0,00	0,00	5,78
[285 , 315)	0,00	0,51	0,71	0,35	0,10	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	1,70
[315 , 345)	0,00	1,01	0,43	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,46
[0 , 360)	0,00	23,84	41,20	11,89	8,90	8,09	4,01	1,27	0,33	0,00	99,53
Vents Calmes											0,47

Afin d'obtenir une représentation des corrélations entre les vitesses et les directions du vent, un histogramme de la distribution bivariée de la vitesse et de la direction du vent est construit en associant à chaque classe de vitesse et direction jointe la fréquence d'occurrence correspondante. L'histogramme de la distribution bivariée annuelle de la vitesse et de la direction du vent pour la station météorologique de Pierrefonds est illustré à la Figure 10.

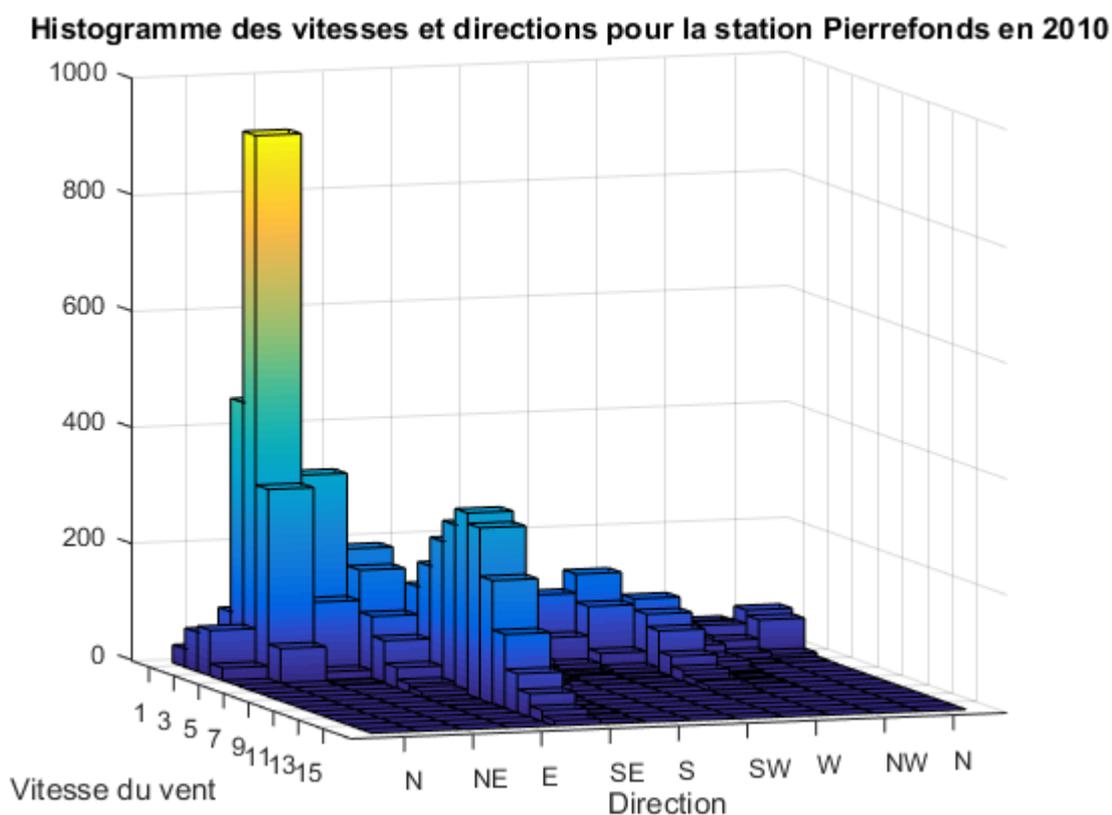


Figure 10: Histogramme de la distribution bivariée des vitesses et directions pour la station Pierrefonds en 2010

La distribution bivariée annuelle de la vitesse et de la direction du vent est traditionnellement représentée par le biais d'une rose des vents. Dans le plan, le cercle unitaire qui donne les directions du vent est subdivisé en secteur égaux. La longueur de chaque secteur représente la fréquence d'occurrence des vents depuis cette direction. Au sein de chaque bâton de l'histogramme circulaire, les vents soufflant depuis cette direction sont décomposés par classe de vitesses selon une échelle traditionnellement codée en couleurs. Une grande unité de couleurs indique une direction pour laquelle la moyenne de la distribution conditionnelle est très représentative alors qu'une multiplicité de couleurs au sein du secteur indique une distribution conditionnelle très étalée signe d'une moyenne peut représentative. L'histogramme circulaire de la distribution bivariée annuelle de la vitesse et de

la direction du vent pour la station météorologique de Pierrefonds est illustré à la Figure 11. Au sein de cette thèse les roses des vents sont présentées selon une subdivision en 12 secteurs de 30° chacun.

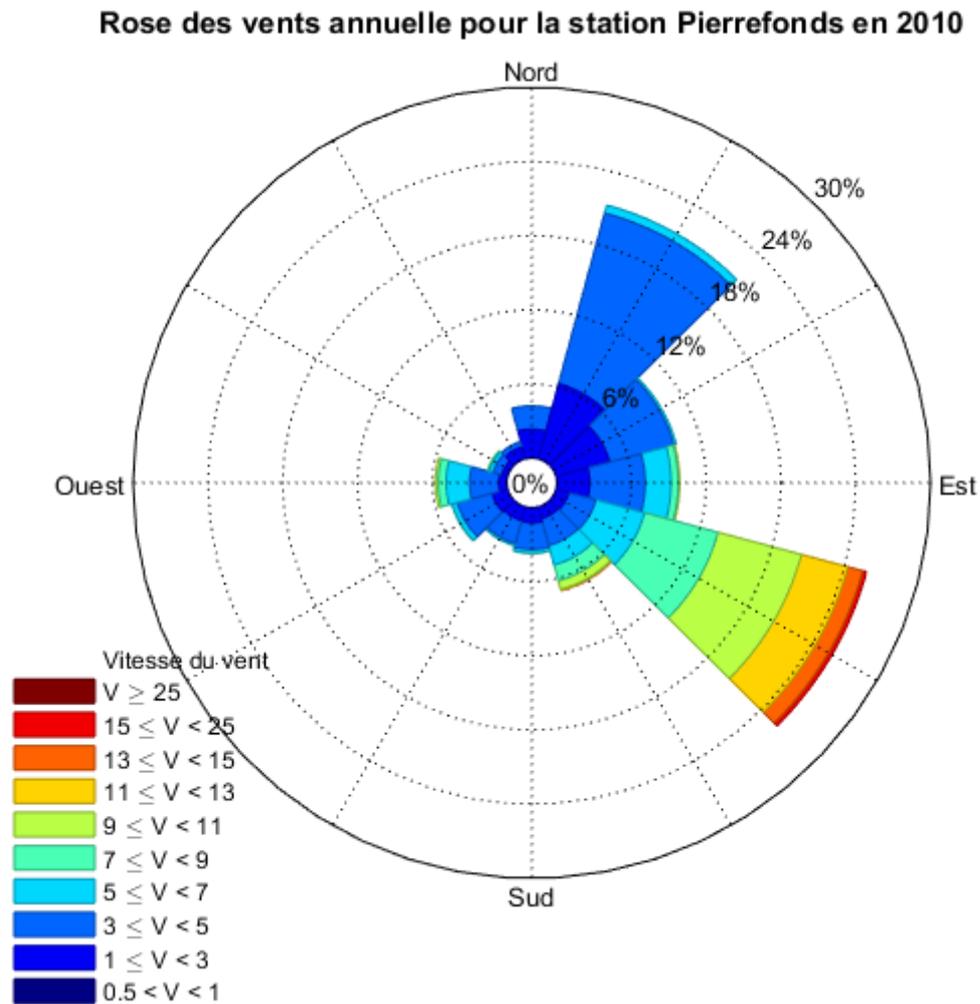


Figure 11: Rose des vents pour la station Pierrefonds en 2010

L'île de la Réunion située par 21°5 de latitude sud est exposée au vent dominant correspondant au flux d'alizés d'est-sud-est. Les alizés sont engendrés par l'ensoleillement inégal entre la zone équatoriale et la zone subtropicale située entre 23.5° et 40° de latitude Sud. Le gradient de température amène à une circulation des masses d'air entre les zones de hautes pressions et les zone de basses pressions selon le principe d'une cellule de Hadley illustrée à la Figure 12.

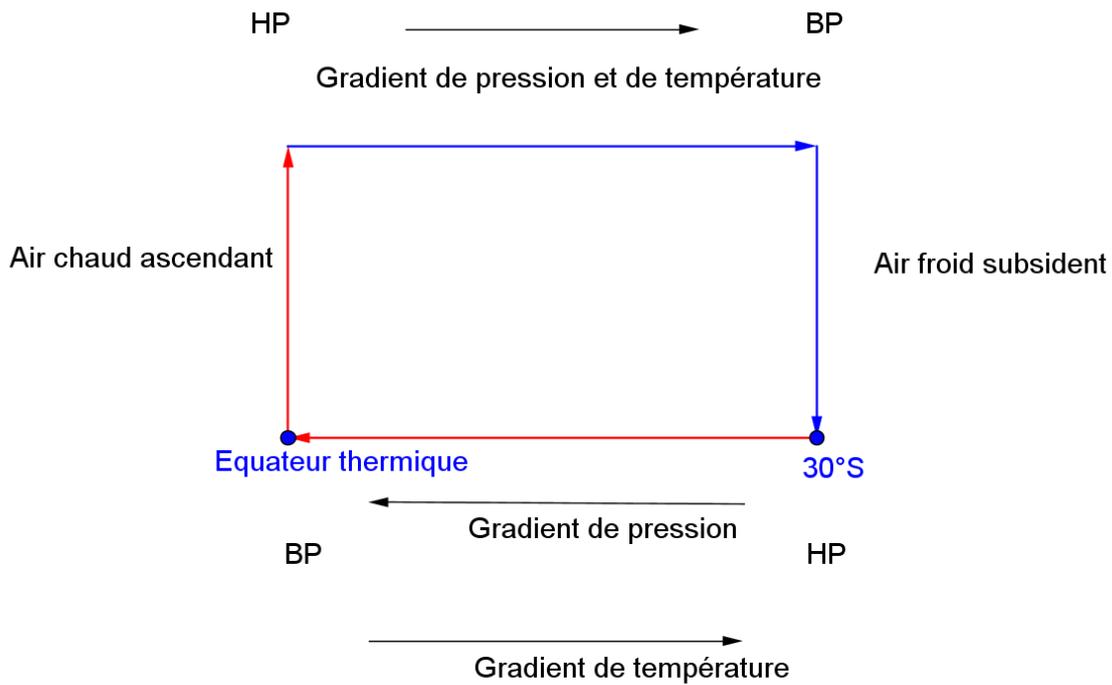


Figure 12: Circulation atmosphérique au sein d'une cellule de Hadley

A l'équateur thermique, le fort ensoleillement donne lieu à un mouvement ascendant des masses d'air, accompagné d'une zone de basse pression permanente au niveau du sol vers laquelle se déplacent des masses d'air en provenance des zones subtropicale située au sud. En altitude, l'air équatorial souffle dans une direction opposé à celle des alizés. Les masses d'air se refroidissent en se dirigeant vers le Pôle sud et le flux d'air, dit subsident, commence à descendre.

La direction est-sud-est des alizés est la résultante de la rotation de la Terre autour de son axe. La vitesse de rotation linéaire varie à la surface de la Terre en fonction de la distance à l'axe de rotation de celle-ci. Une masse d'air se dirigeant du sud vers le nord (resp. du nord vers le sud) pour un observateur au repos dans l'espace, poursuivra pour un observateur situé à la surface de la Terre, une trajectoire curviligne vers la gauche (resp. vers la droite) dans le sens du déplacement du fait de la rotation de la Terre d'est en ouest. L'action de la force de Coriolis qui s'exerce perpendiculairement à la vitesse du vent est illustrée à la Figure 13.

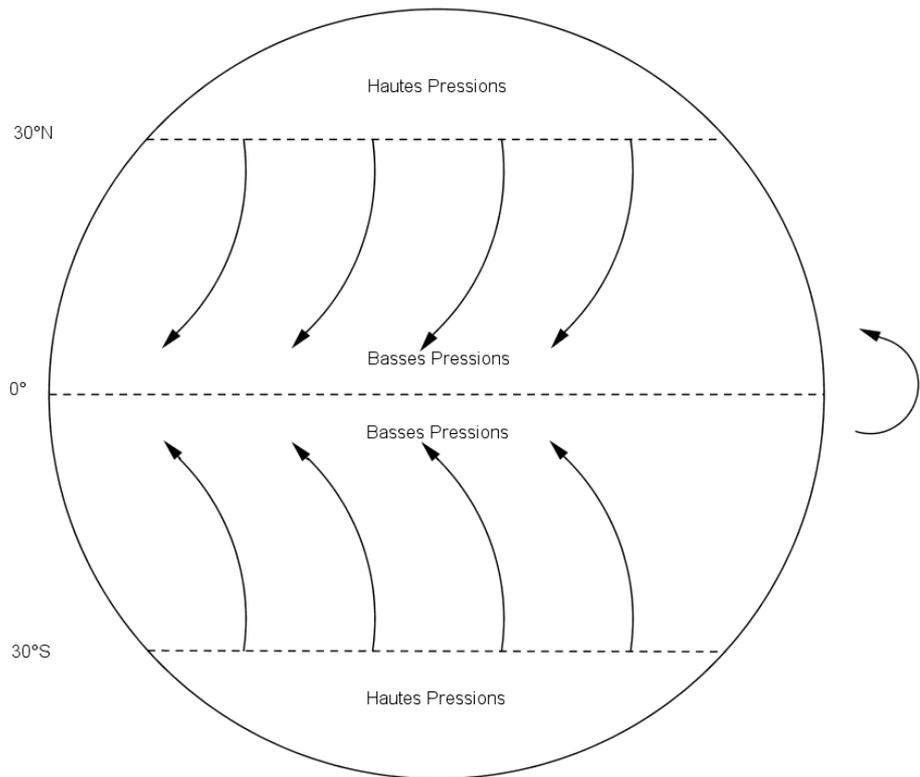


Figure 13: Force de Coriolis et trajectoires des alizés

Le régime des alizés correspond à la classe modale [105,135) du Tableau 4. La distribution conditionnelle de la vitesse du vent à cette direction présente les plus fortes occurrences de vents forts comme l'illustre la Figure 10 ainsi que la Figure 11. En raison du plus fort gradient de température l'hiver austral, la cellule de Hadley tropicale est plus intense durant cette période allant de mai à octobre. Les distributions bivariées de la vitesse et de la direction du vent conditionnelles à la saison sont représentées pour l'été austral, couvrant la période de novembre à avril, et l'hiver austral respectivement au Tableau 5 et au Tableau 6. On observe sur ces tableaux que la distribution conditionnelle à la direction depuis laquelle soufflent les alizés [105,135), présente des fréquences d'observations de vents forts plus élevés en hiver qu'en été. Ce phénomène est illustré par les histogrammes des distributions bivariées saisonnières du vent et de la vitesse à la Figure 14 ainsi que par les roses des vents saisonnières à la Figure 15. On observe en particulier la queue plus large à droite de la distribution conditionnelle de la vitesse du vent à la direction [105,135) en hiver sur la Figure 14, ces classes de vents correspondant aux vitesses représentées par les couleurs les plus vives à la Figure 15.

Tableau 5: Distribution bivariée estivale de la vitesse et de la direction du vent pour la station météorologique de Pierrefonds pour 2010

	[0,5 , 1)	[1 , 3)	[3 , 5)	[5 , 7)	[7 , 9)	[9 , 11)	[11 , 13)	[13 , 15)	[15 , 25)	[25 , Inf)	Total
[345 , 15)	0,00	3,32	2,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,39
[15 , 45)	0,00	7,69	12,55	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	20,39
[45 , 75)	0,00	5,37	3,97	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,34
[75 , 105)	0,00	3,11	3,74	1,12	0,19	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	8,18

[105 , 135)	0,00	1,14	2,46	4,42	6,69	6,58	2,25	0,30	0,07	0,00	23,92
[135 , 165)	0,00	1,21	2,63	1,60	1,39	0,56	0,07	0,00	0,00	0,00	7,46
[165 , 195)	0,00	1,12	2,32	0,16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,60
[195 , 225)	0,00	1,39	2,42	0,19	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,00
[225 , 255)	0,00	1,67	3,32	0,60	0,05	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	5,67
[255 , 285)	0,00	0,77	2,72	2,53	0,81	0,37	0,02	0,00	0,00	0,00	7,23
[285 , 315)	0,00	0,65	0,84	0,42	0,21	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	2,16
[315 , 345)	0,00	1,37	0,53	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,93
[0 , 360)	0,00	28,82	39,59	11,20	9,34	7,60	2,35	0,30	0,07	0,00	99,28
Vents Calmes											0,72

Tableau 6 : Distribution bivariée hivernale de la vitesse et de la direction du vent pour la station météorologique de Pierrefonds pour 2010

	[0,5 , 1)	[1 , 3)	[3 , 5)	[5 , 7)	[7 , 9)	[9 , 11)	[11 , 13)	[13 , 15)	[15 , 25)	[25 , Inf)	Total
[345 , 15)	0,00	1,39	1,73	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,15
[15 , 45)	0,00	5,02	16,21	1,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	22,44
[45 , 75)	0,00	3,65	6,75	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,81
[75 , 105)	0,00	2,23	5,20	3,06	0,96	0,21	0,02	0,00	0,00	0,00	11,68
[105 , 135)	0,00	1,05	2,03	3,76	5,61	7,41	5,52	2,14	0,57	0,00	28,10
[135 , 165)	0,00	0,78	1,96	1,66	1,30	0,87	0,09	0,07	0,02	0,00	6,75
[165 , 195)	0,00	1,37	2,03	0,41	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,90
[195 , 225)	0,00	0,94	1,46	0,18	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,62
[225 , 255)	0,00	0,96	2,49	0,27	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,72
[255 , 285)	0,00	0,55	2,01	1,28	0,46	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	4,36
[285 , 315)	0,00	0,36	0,59	0,27	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	1,25
[315 , 345)	0,00	0,66	0,32	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
[0 , 360)	0,00	18,95	42,78	12,57	8,46	8,57	5,63	2,21	0,59	0,00	99,77
Vents Calmes											0,23

L'échelle saisonnière des distributions bivariées conditionnelles de la vitesse et de la direction du vent permettent de bien rendre compte du forçage des alizés en hiver. Néanmoins, les profils des distributions saisonnières présentent des profils similaires comme l'illustre la Figure 14 et Figure 15. L'échelle saisonnière ne permet dès lors pas d'isoler les phénomènes adjacents au régime de vent dominant des alizés. Afin de faciliter la lecture de la distribution bivariée de la vitesse et de la direction du vent, il peut être nécessaire d'identifier les composantes infra-journalières du régime de vent sur le site de mesure ou d'intérêt.

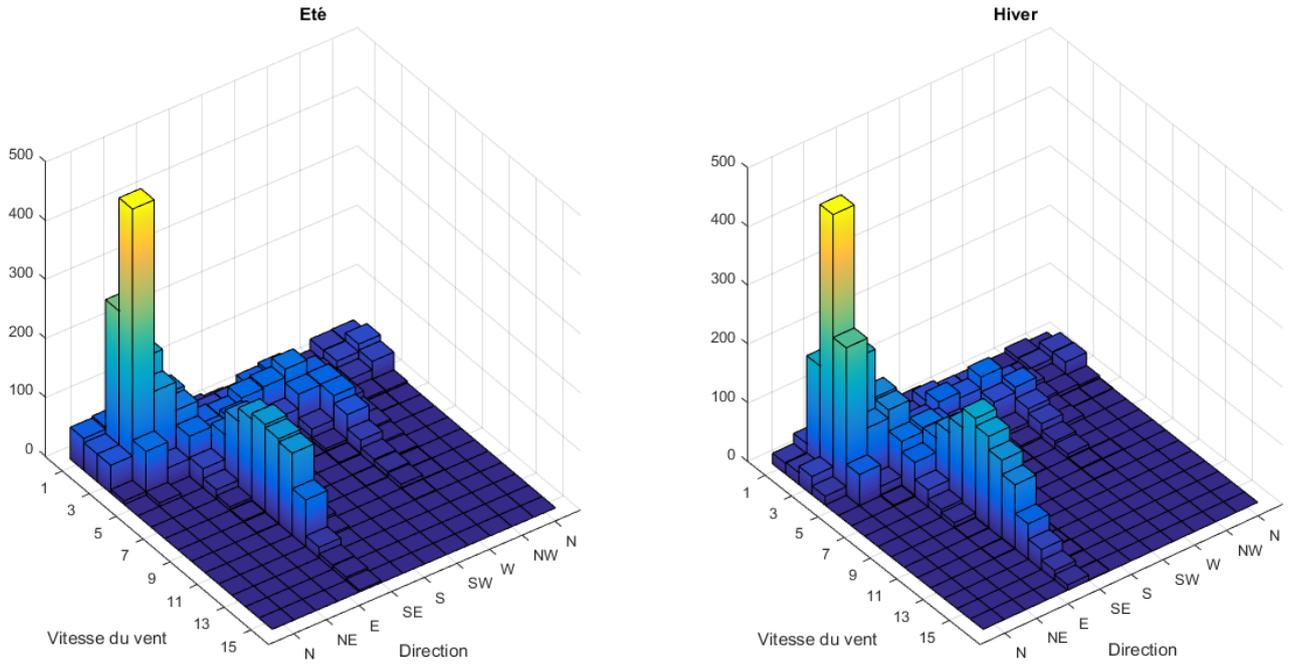


Figure 14: Histogrammes des distributions bivariées saisonnières des vitesses et directions pour la station Pierrefonds en 2010

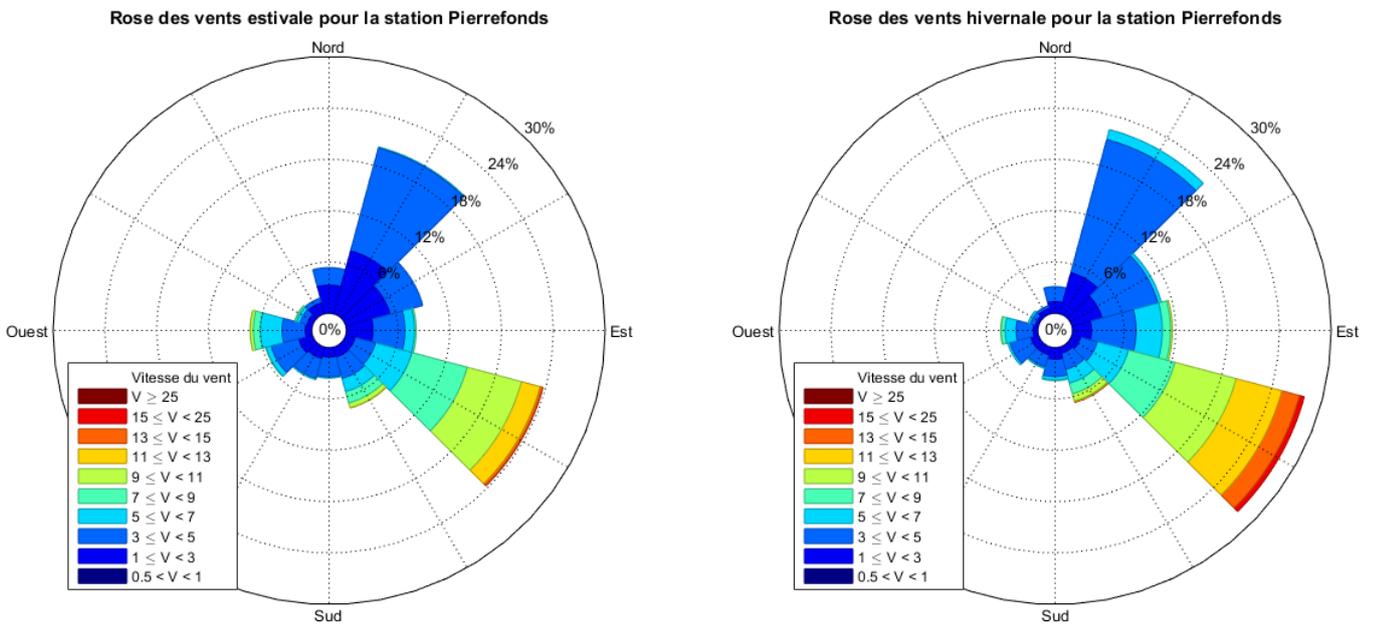


Figure 15 : Rose des vents saisonnières pour la station Pierrefonds en 2010

Les distributions bivariées de la vitesse et de la direction du vent conditionnelles à la

période de la journée sont représentées aux Tableau 7 et Tableau 8 pour la saison estivale, ainsi qu'au Tableau 9 et Tableau 10 pour la saison hivernale. La période diurne à la Réunion correspond aux heures comprises entre 9H et 19H, la période diurne s'étalant entre 20H et 8H. La représentation graphique permet une lecture plus aisée des distributions bivariées conditionnelles à la période de la journée. Pour la saison estivale, les histogrammes des de ces distributions sont représentés à la Figure 17 et les roses de vent correspondantes sont représentées à la Figure 18. La distribution diurne de la vitesse du vent conditionnelle à la direction est-sud est correspond au alizés dont on distingue clairement le profil sur la Figure 17. On constate par ailleurs que le profil du régime de vent d'alizés est absent de la distribution nocturne bivariée de la vitesse et de la direction du vent représentée par l'histogramme situé à droite de la Figure 18. Durant la période nocturne, la distribution bivariée de la vitesse et de la direction du vent dégénère dans la distribution de la vitesse du vent conditionnelle aux directions comprises entre le nord et l'est. Ce spectre de directions correspond à l'orientation vers l'intérieur des terres de la station Pierrefonds située sur le littoral sud-est, comme l'illustre la Figure 16. Ces vents soufflent majoritairement depuis la direction nord nord-est et sont peu énergétiques comme l'atteste également la rose des vents situé à droite sur la Figure 18. Un troisième régime de vent est identifié durant la journée, il correspond à la distribution des vitesses de vent conditionnelle aux directions comprises entre le sud et l'ouest, comme l'atteste l'histogramme de la distribution diurne bivariée à la Figure 17. Ces vents sont plus puissants que ceux isolés entre les directions nord et est, comme l'atteste la rose des vents nocturne à la Figure 18, et leurs directions de provenance correspondent à l'orientation vers l'océan de la station Pierrefonds comme l'illustre la Figure 16.

Tableau 8 : Distribution bivariée nocturne estivale de la vitesse et de la direction du vent pour la station météorologique de Pierrefonds pour 2010

	[0,5 , 1)	[1 , 3)	[3 , 5)	[5 , 7)	[7 , 9)	[9 , 11)	[11 , 13)	[13 , 15)	[15 , 25)	[25 , Inf)	Total
[345 , 15)	0,00	4,77	3,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,51
[15 , 45)	0,00	13,58	22,73	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	36,48
[45 , 75)	0,00	9,28	7,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,33
[75 , 105)	0,00	4,98	6,27	1,89	0,30	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	13,49
[105 , 135)	0,00	1,50	2,54	3,74	5,24	2,23	0,21	0,00	0,00	0,00	15,47
[135 , 165)	0,00	0,82	0,69	0,17	0,39	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	2,11
[165 , 195)	0,00	0,47	0,17	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,73
[195 , 225)	0,00	0,30	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,47
[225 , 255)	0,00	0,73	0,09	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,86
[255 , 285)	0,00	0,39	0,56	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,95
[285 , 315)	0,00	0,39	0,73	0,13	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,33
[315 , 345)	0,00	1,50	0,86	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,36
[0 , 360)	0,00	38,72	45,60	6,23	6,02	2,32	0,21	0,00	0,00	0,00	99,10
Vents Calmes											0,56

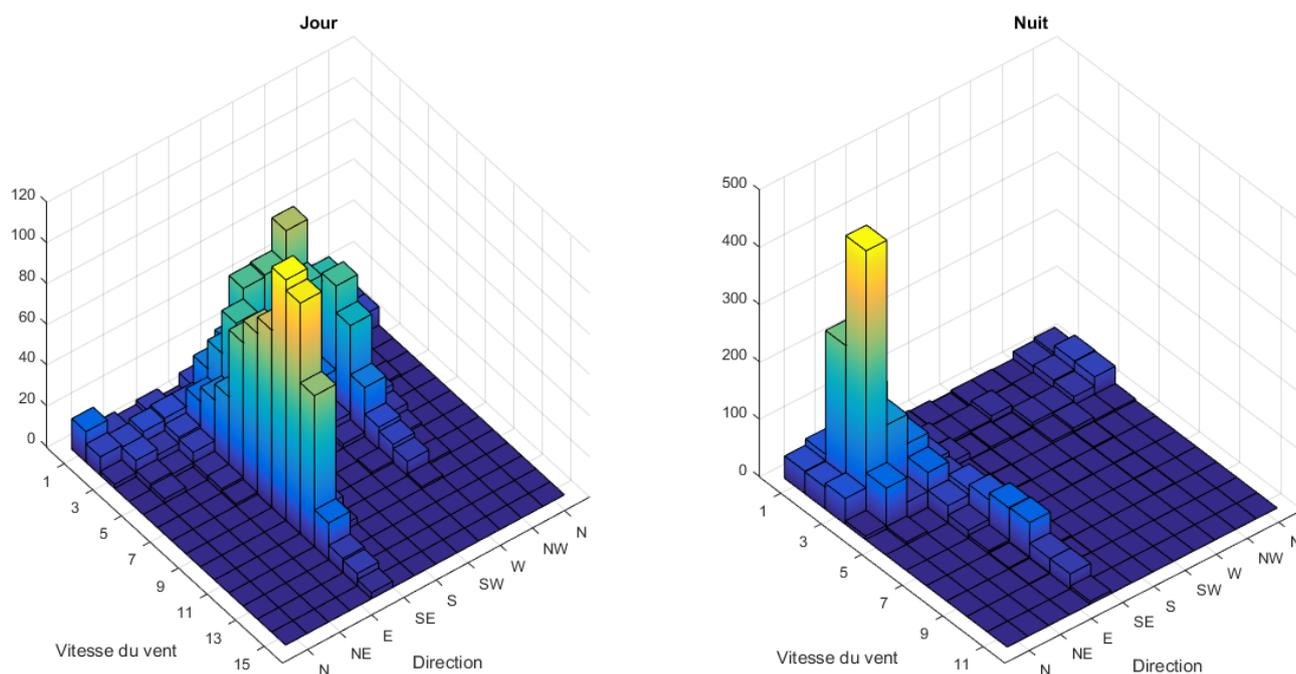


Figure 17: Histogrammes des distributions bivariées estivales des vitesses et directions pour la station Pierrefonds en 2010

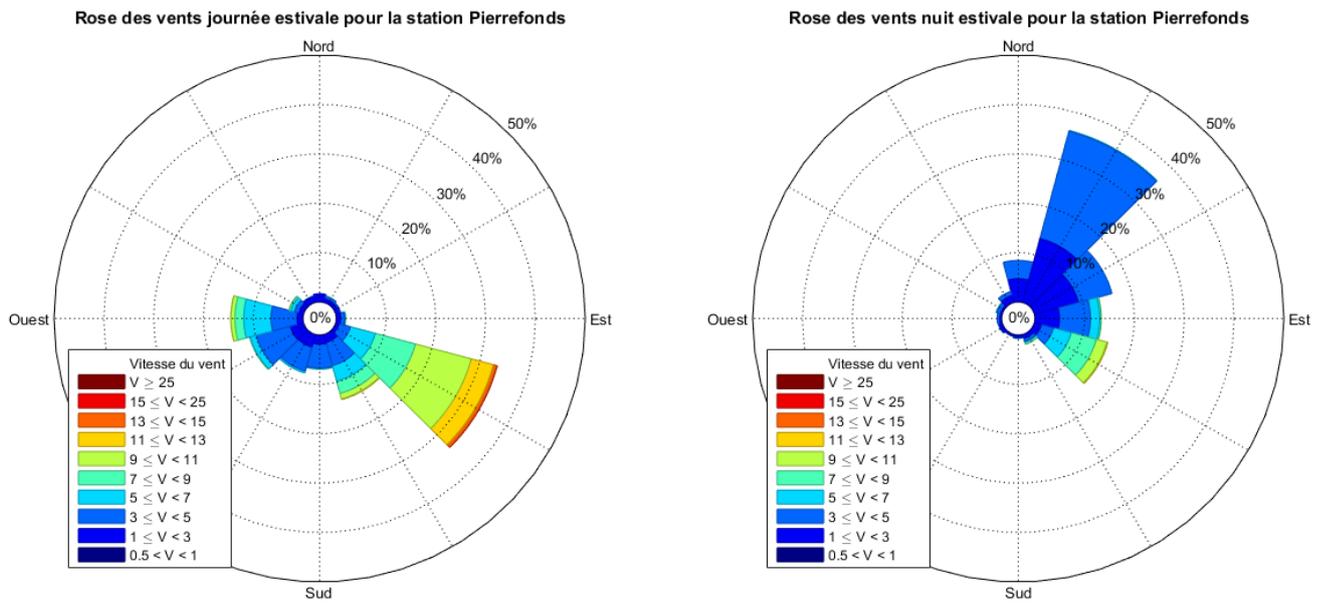


Figure 18: Rose des vents estivales pour la station Pierrefonds en 2010

Les mouvements de masse d'air observés sur les zones littorales alternativement en provenance de la mer en journée et en provenance du territoire durant la nuit sont le produit du cycle de l'ensoleillement. Durant la journée, la surface terrestre du littoral se réchauffe plus rapidement que la surface de l'océan. Les masses d'air au dessus de la terre s'élèvent engendrant une zone de basse pression locale. Elles sont remplacées par les masses d'air en provenance de la mer donnant lieu aux vents observés précédemment depuis les directions sud et ouest sur la Figure 17 et Figure 18. Parallèlement l'air en altitude se refroidit et se dirige vers la mer pour remplacer les masses d'air partie en surface. Les vents engendrés sont appelés brise de mer et le mécanisme de formation de ces brises thermiques est illustré à la Figure 19.

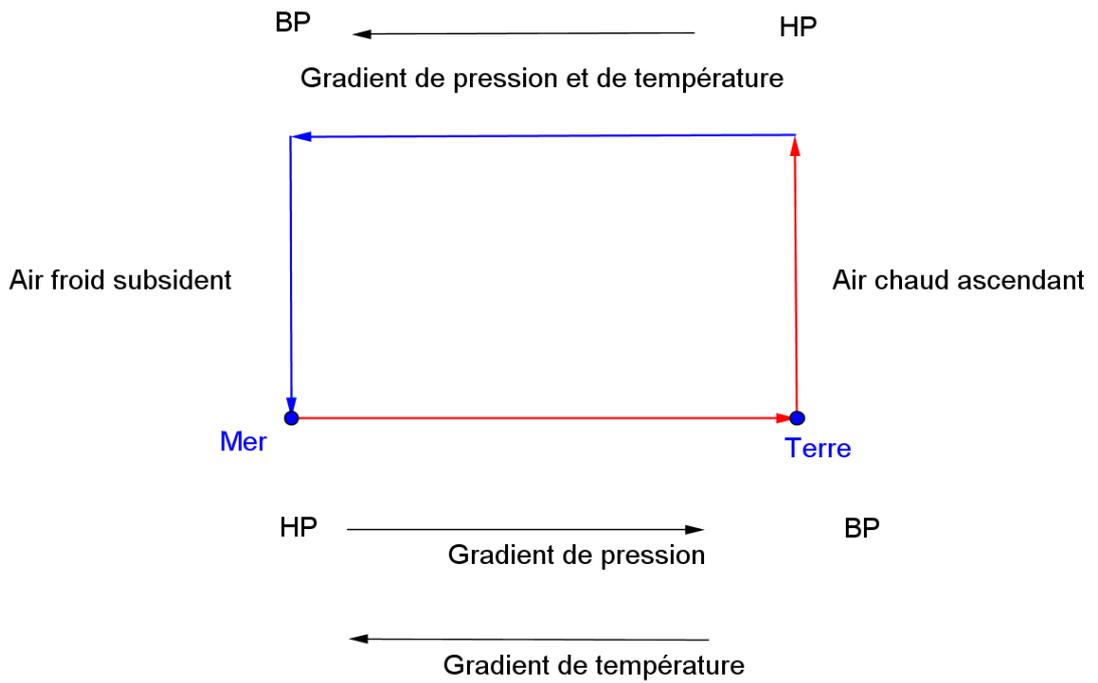


Figure 19: Brise de mer

A contrario, durant la nuit la terre se refroidit plus rapidement que la surface de l’océan. Les masses d’air s’élèvent au dessus de la surface de l’océan créant une zone de basse pression locale. Les masses d’air sont remplacées par des masses d’air en provenance de la terre donnant lieu aux vents observés précédemment depuis les directions nord et est sur la Figure 17 et Figure 18. Les vents engendrés sont appelés brise de terre et le mécanisme de formation de ces brises thermiques est illustré à la Figure 20.

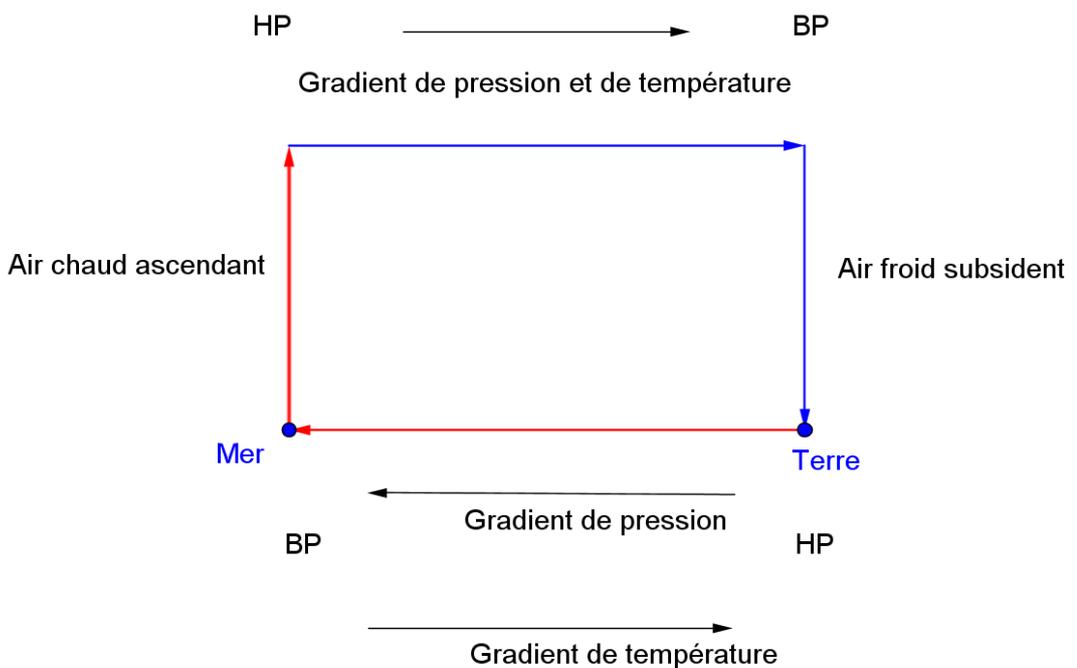


Figure 20: Brise de terre

[315 , 345)	0,00	0,42	0,25	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,72
[0 , 360)	0,00	22,44	55,41	10,8	5,16	4,23	1,39	0,21	0,00	0,00	99,70
Vents Calmes											0.30

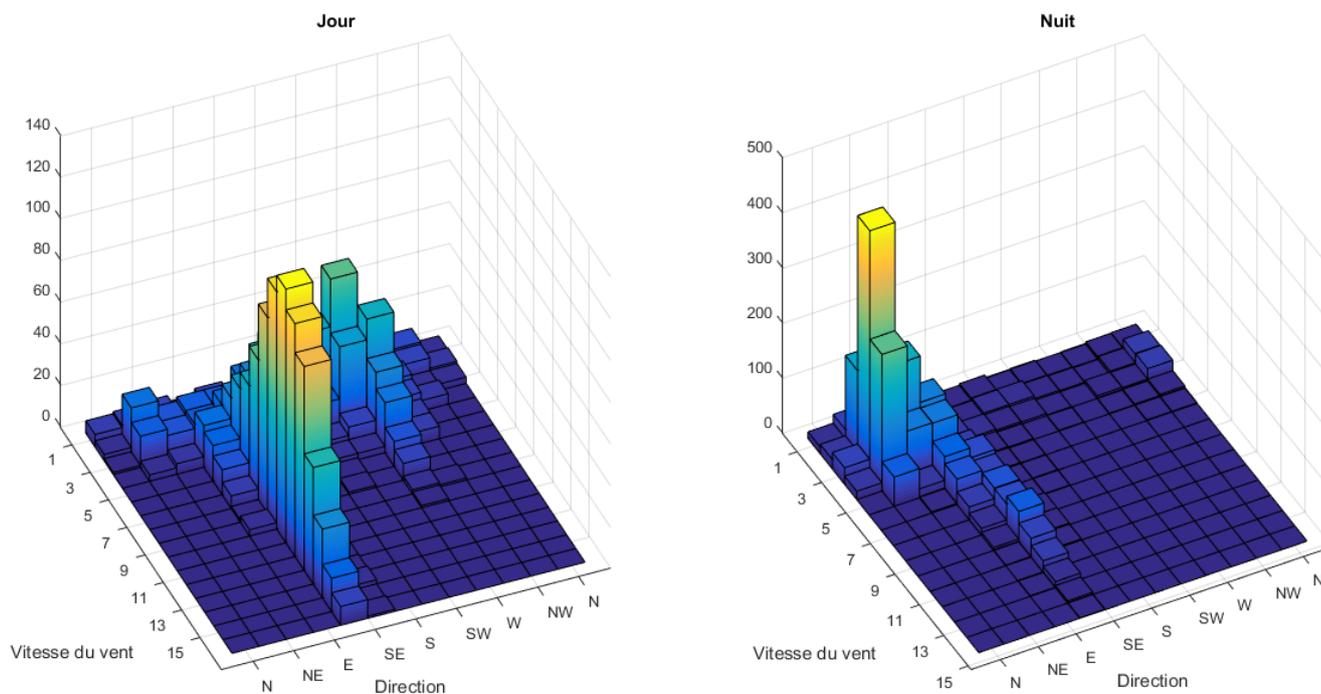


Figure 21: Histogrammes des distributions bivariées hivernales des vitesses et directions pour la station Pierrefonds en 2010

Durant la nuit, le vent provient de l'intérieur des terres et consiste en des brises de terre très peu énergétiques. A contrario, on observe que durant la journée, les brises de mer accompagnent les flux d'alizés puissants sur le territoire.

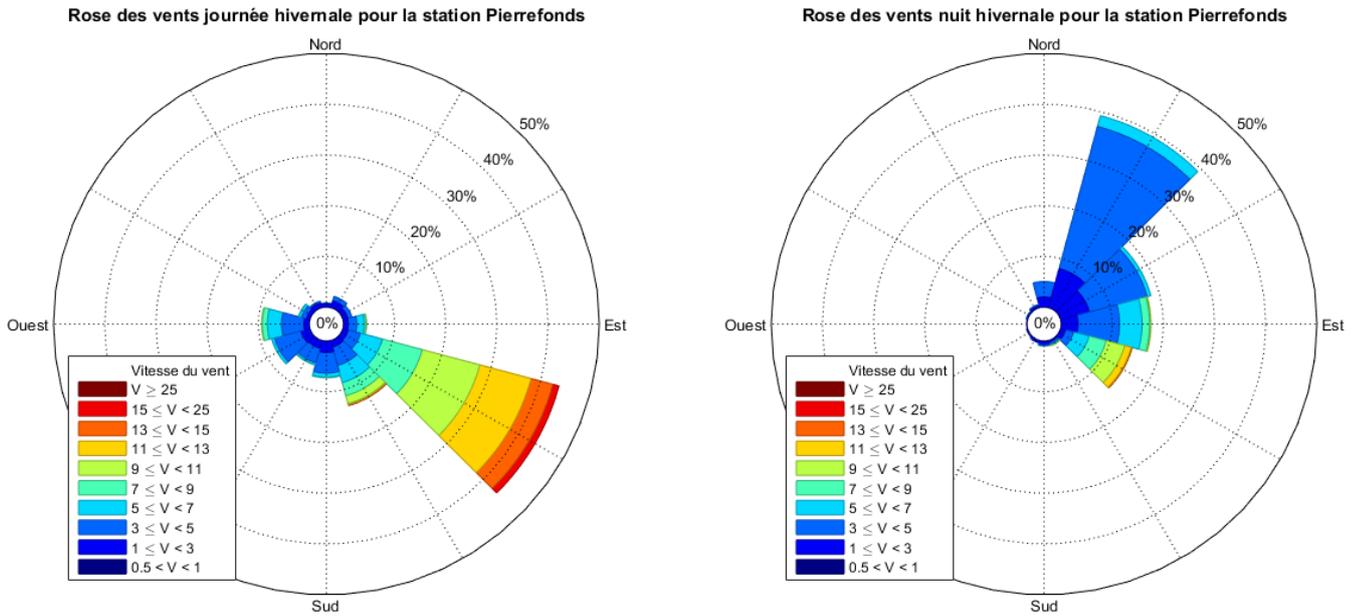


Figure 22: Rose des vents hivernales pour la station Pierrefonds en 2010

Il peut être nécessaire et suffisant pour quantifier le gisement éolien d'un site ou pour établir le design d'un parc éolien d'étudier séparément la distribution de la vitesse et la distribution de la direction du vent. La distribution empirique marginale de la vitesse (resp. de la direction) du vent est obtenue en sommant pour chaque classe de valeur I (resp. J) l'ensemble des nombres d'occurrences $n_{i,j}$ de la distribution bivariée de la vitesse v et de la direction sur le domaine des J (resp. I). La distribution empirique marginale de la vitesse du vent v appartenant à la classe I est décrite à l'Eq.(4).

$$f_{V,emp}(v) = \sum_J f_{V,\theta,emp}(v, \theta) = \frac{n_i}{n} \quad (4)$$

Les n_i correspondent au nombre d'occurrence au sein de la classe de vitesse I . La distribution empirique marginale de la vitesse du vent figure à l'avant dernière ligne (en rouge) de chaque tableau illustrant la distribution bivariée de la vitesse et de la direction du vent comme l'illustre le Tableau 11 pour la station météorologique de Pierrefonds en 2010. L'histogramme de la distribution empirique marginale des vitesses de Pierrefonds en 2010 est représenté à Figure 23.

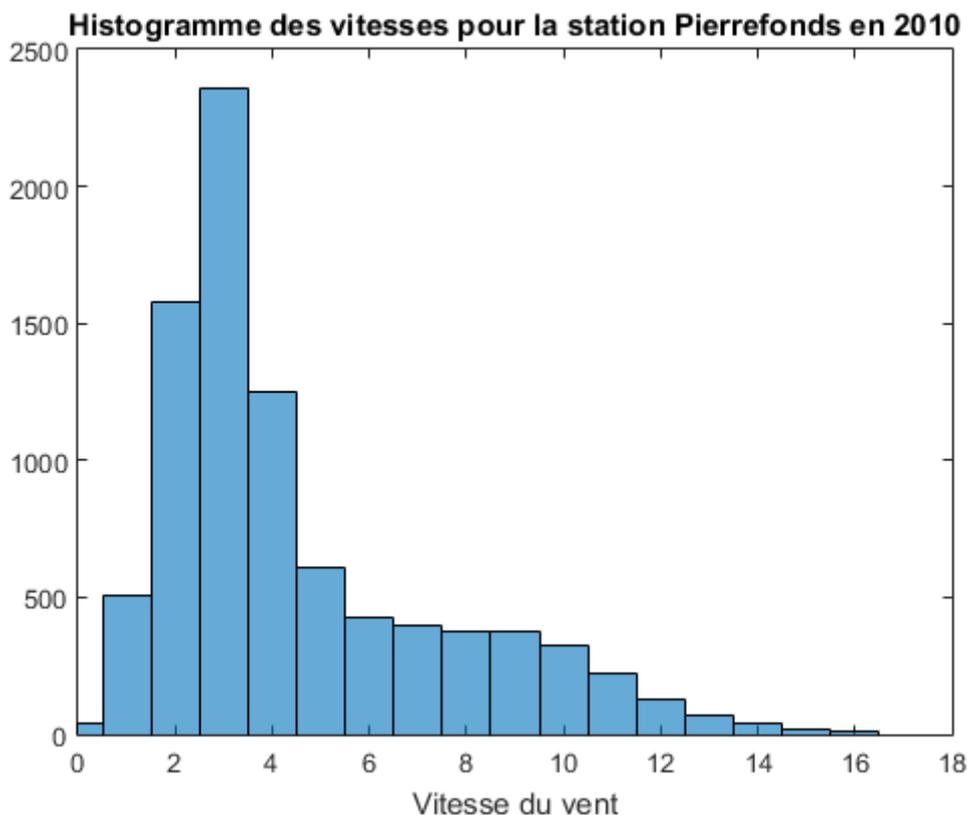


Figure 23: Histogramme des vitesses du vent pour la station Pierrefonds en 2010

On retrouve les profils superposés du régime d'alizés et des deux régimes de brise thermiques isolés précédemment. Les régimes de brise de mer et de brise de terre s'accroissent principalement sur les fréquences de vitesses faibles situées sur les trois premières colonnes du Tableau 11.

Tableau 11: Distribution bivariée annuelle de la vitesse et de la direction du vent pour la station météorologique de Pierrefonds pour 2010

	[0,5 , 1)	[1 , 3)	[3 , 5)	[5 , 7)	[7 , 9)	[9 , 11)	[11 , 13)	[13 , 15)	[15 , 25)	[25 , Inf)	Total
[345 , 15)	0,00	2,35	1,90	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,26
[15 , 45)	0,00	6,34	14,40	0,68	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	21,42
[45 , 75)	0,00	4,50	5,38	0,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,08
[75 , 105)	0,00	2,67	4,48	2,10	0,58	0,12	0,01	0,00	0,00	0,00	9,95
[105 , 135)	0,00	1,09	2,24	4,09	6,15	7,00	3,90	1,23	0,32	0,00	26,03
[135 , 165)	0,00	0,99	2,29	1,63	1,35	0,71	0,08	0,03	0,01	0,00	7,10
[165 , 195)	0,00	1,24	2,18	0,29	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,75
[195 , 225)	0,00	1,16	1,93	0,18	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,30
[225 , 255)	0,00	1,31	2,90	0,44	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	4,69
[255 , 285)	0,00	0,66	2,36	1,90	0,63	0,22	0,01	0,00	0,00	0,00	5,78
[285 , 315)	0,00	0,51	0,71	0,35	0,10	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	1,70
[315 , 345)	0,00	1,01	0,43	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,46
[0 , 360)	0,00	23,84	41,20	11,89	8,90	8,09	4,01	1,27	0,33	0,00	99,53

La distribution empirique marginale de la direction du vent θ appartenant à la classe J est décrite à l'Eq.(5).

$$f_{\theta;emp}(\theta) = \sum_I f_{V,\theta;emp}(v, \theta) = \frac{n_j}{n} \quad (5)$$

Les n_j correspondent au nombre d'occurrence au sein de la classe de vitesse J . La distribution empirique marginale de la direction du vent figure à la dernière colonne (en bleu) de chaque tableau illustrant la distribution bivariée de la vitesse et de la direction du vent comme l'illustre le Tableau 11 pour la station météorologique de Pierrefonds en 2010. L'historgramme de la distribution empirique marginale des directions de Pierrefonds en 2010 est représenté à Figure 23.

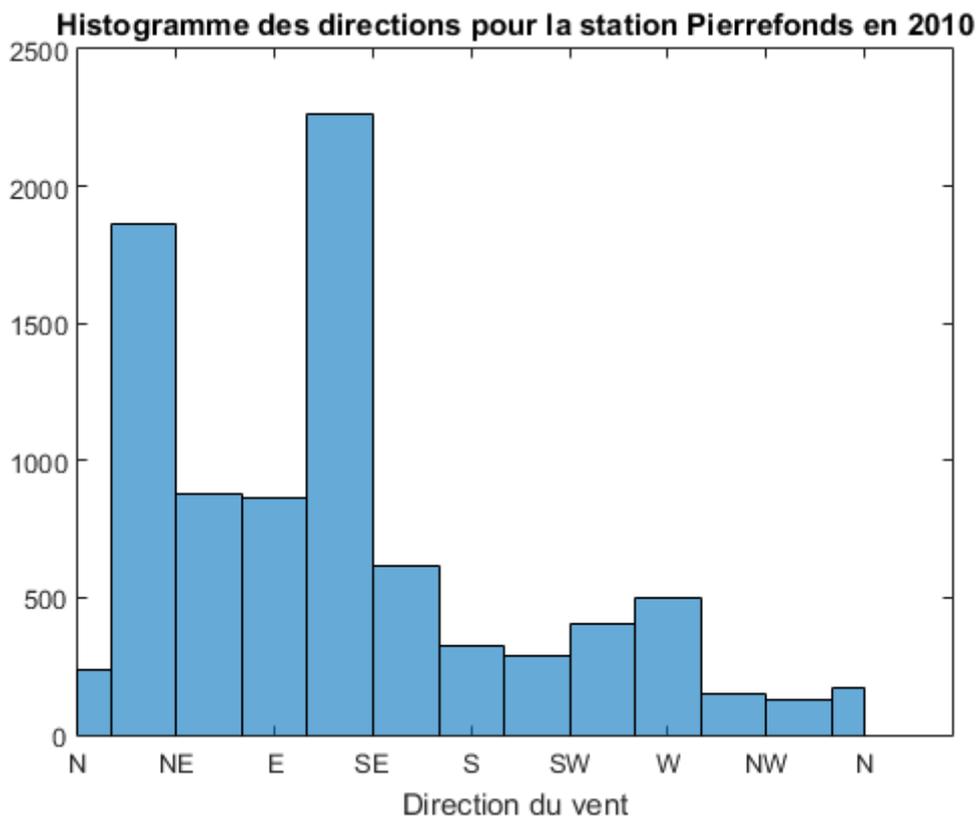


Figure 24: Historgramme des directions du vent pour la station météorologique de Pierrefonds en 2010.

On retrouve à la Figure 24 le régime de vent identifiés précédemment. Le régime des alizés souffle depuis la direction est sud-est, le régime de brise de mer entre les directions sud et ouest et le régime de brise terre entre les directions nord et est.

1.3.2. Distributions paramétriques de la vitesse et de la direction du vent

Plutôt que de travailler avec la distribution empirique marginale de la vitesse ou de la direction du vent, il peut être plus avantageux de travailler à partir d'un modèle ajusté aux données de mesure de la vitesse ou de la direction du vent. Lorsqu'un modèle paramétrique

est utilisé afin de représenter la densité de probabilité de la vitesse ou de la direction du vent sur le site de mesure, la densité de probabilité paramétrique $f_v(v; \Omega_v)$ ou $f_\theta(\theta; \Omega_\theta)$ est alors entièrement exprimée par sa forme fonctionnelle et un vecteur de paramètres Ω .

Les données de vitesse et de direction du vent mesurées aux stations météorologiques correspondant aux standards techniques correspondent à des moyennes calculées sur des périodes de 10 minutes ou d'une heure comme le décrit le Tableau 2. Les travaux initiaux de Brooks et al. (1946)⁴ ont conduit à la formulation d'un modèle au sein duquel le vecteur vent moyen est décomposé en deux composantes orthogonales x et y sein d'un système cartésien à deux dimensions. Chaque composante x et y a une espérance mathématique non nulle et un écart-type σ . Les deux composantes sont assumées être statistiquement indépendantes. Par application du théorème central limite, les composantes x et y des données de moyennes sont distribuées normalement et le modèle est décrit à l'Eq. (6).

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp - \left[\frac{(x - \mu)^2 + (y - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (6)$$

Davenport (1968)⁵ simplifie le modèle en retenant l'hypothèse selon laquelle l'espérance mathématique de chacune des composantes x et y du vecteur vent moyen est nulle ($\mu = 0$). Le modèle est décrit à l'Eq. (7).

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp - \left[\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right] \quad (7)$$

La représentation du modèle au sein du système polaire référencé par rapport au nord tel qu'illustré à la Figure 8 implique une transformation des coordonnées illustrée au système d'Eq. (8).

$$\begin{aligned} x &= g^{-1}(v) = v \sin \theta \\ y &= h^{-1}(v) = v \cos \theta \end{aligned} \quad (8)$$

Avec v module du rayon vecteur de la vitesse moyenne du vent. Le Jacobien permettant le changement de variable est décrit à l'Eq.(9)

$$J(v, \theta) = \begin{vmatrix} \frac{g^{-1}(v)}{dv} & \frac{g^{-1}(v)}{d\theta} \\ \frac{h^{-1}(v)}{dv} & \frac{h^{-1}(v)}{d\theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin \theta & v \cos \theta \\ \cos \theta & -v \sin \theta \end{vmatrix} = v \quad (9)$$

La transformation du modèle au sein du système polaire est illustré à l'Eq.(10)

$$f(v, \theta) = \frac{v}{2\pi\sigma^2} \exp - \left(\frac{v^2}{2\sigma^2} \right) \quad (10)$$

La distribution marginale de la direction du vent est obtenue en intégrant sur le domaine de définition des vitesses de vent comme décrit à l'équation (11).

$$f(\theta) = \int_0^{+\infty} \frac{v}{2\pi\sigma^2} \exp - \left(\frac{v^2}{2\sigma^2} \right) dv = -\frac{1}{2\pi} \left[\exp - \left(\frac{v^2}{2\sigma^2} \right) \right]_0^{+\infty} = \frac{1}{2\pi} \quad (11)$$

La distribution marginale de la direction du vent décrite à l'Eq.(11) est une distribution uniforme circulaire correspondant à l'expression d'une rose des vents. La distribution

⁴ (Brooks et al., 1946)

⁵ (Davenport, 1968)

marginale de la vitesse du vent est obtenue en intégrant sur le domaine de définition des directions de vent comme décrit à l'équation (12).

$$f(v) = \int_0^{2\pi} \frac{v}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) d\theta = \frac{v}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{v}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

La distribution marginale de la vitesse du vent décrite à l'Eq. (12) correspond à une distribution de Rayleigh de paramètre σ . Ce modèle de distribution est couramment employé afin de modéliser les régimes de vent (Carta et al., 2009; Jamil et al., 1995; Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015). Harris et Cook (2014)⁶ ont généralisé l'approche de Davenport (1968)⁷. Selon l'approche de Harris et Cook (2014)⁸ le vecteur vent moyen est décomposé selon deux composantes x et y de moyennes non nulles μ_x et μ_y et ayant pour écart-types respectivement σ_x et σ_y , corrélés entre eux, de coefficient de corrélation ρ . Par application du théorème central limite, les composantes x et y des données de moyennes sont distribuées normalement et le modèle est décrit à l'équation (13).

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho)}\left(\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2}\right)\right] \quad (13)$$

Le modèle obtenu introduit par Harris et Cook (2014)⁹ est appelé Offset Elliptical Normal (OEN). Le modèle est dit normal car les deux composantes x et y sont normalement distribuées, elliptique car les contours de même probabilités forment des ellipses concentriques, décalé car le centre de ces ellipses ne correspond pas avec l'origine du repère cartésien. Le modèle est illustré au sein du repère cartésien à la Figure 25.

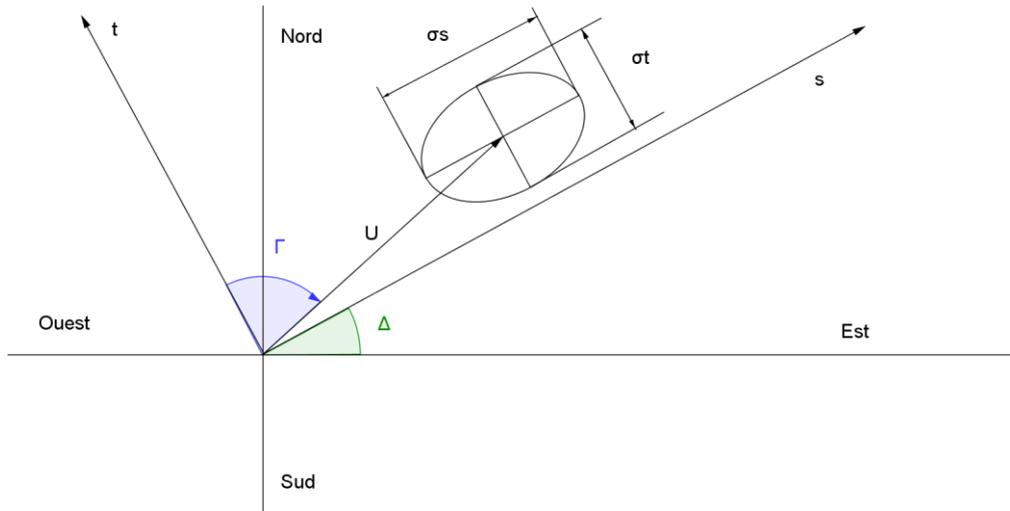


Figure 25: Modèle OEN

Afin que les deux composantes du vecteur de moyenne du vent soient non corrélés, un nouveau système de coordonnées (s, t) est adopté. Les axes s et t sont établis de manière à être respectivement parallèle à l'axe majeur et à l'axe mineur des ellipses de densité de probabilités comme l'illustre la Figure 25. Le vecteur U correspond au vecteur moyen des vecteurs de moyenne du vent. Le centre des ellipses d'égales probabilités coïncident avec le vecteur moyen U . L'expression du modèle OEN au sein du nouveau système de coordonnées

⁶ (Harris and Cook, 2014)

⁷ (Davenport, 1968)

⁸ (Harris and Cook, 2014)

⁹ (Harris and Cook, 2014)

est décrit à l'Eq.(14).

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_s\sigma_t} \exp - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{(s - U \sin \Gamma)^2}{\sigma_s^2} - + \frac{(t - U \cos \Gamma)^2}{\sigma_t^2} \right) \right] \quad (14)$$

La représentation du modèle au sein du système polaire référencé par rapport au nord tel qu'illustré à la Figure 8 implique une transformation des coordonnées illustrée au système d'Eq. (8).

$$\begin{aligned} s &= g^{-1}(v) = v \sin \theta \\ t &= h^{-1}(v) = v \cos \theta \end{aligned} \quad (15)$$

Avec v module du rayon vecteur de la vitesse moyenne du vent. Le Jacobien permettant le changement de variable est décrit à l'Eq.(16)

$$J(v, \theta) = \begin{vmatrix} \frac{g^{-1}(v)}{dv} & \frac{g^{-1}(v)}{d\theta} \\ \frac{h^{-1}(v)}{dv} & \frac{h^{-1}(v)}{d\theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin \theta & v \cos \theta \\ \cos \theta & -v \sin \theta \end{vmatrix} = v \quad (16)$$

La transformation du modèle au sein du système polaire est illustré à l'Eq.(17)

$$f(v, \theta) = \frac{v}{2\pi\sigma_s\sigma_t} \exp - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{(v \sin \theta - U \sin \Gamma)^2}{\sigma_s^2} - + \frac{(v \cos \theta - U \cos \Gamma)^2}{\sigma_t^2} \right) \right] \quad (17)$$

Les résultats empiriques Harris et Cook (2014)¹⁰ permettent de rapprocher la distribution marginale de la vitesse, obtenue en intégrant l'expression (17) sur le domaine de définition des directions, avec la distribution de Weibull, dont la densité de probabilité est décrite à l'Eq.(18). Un probabilité-probabilité plot (P-P plot) est effectué et les résultats empiriques de Harris et Cook (2014)¹¹ identifient la distribution marginale de la vitesse du vent obtenue à partir du modèle OEN comme une distribution parente de la distribution de Weibull. Pour davantage de développements, le lecteur pourra se référer au travail de Harris et Cook (2014)¹² dont les précédentes démonstrations sont inspirées.

Le distribution de Weibull est caractérisé par sa flexibilité et son efficacité empirique à représenter adéquatement une grande variété de régimes de vent. Le modèle de Weibull fait référence dans la littérature scientifique (Akpınar and Akpınar, 2009; Carta et al., 2009; José Antonio Carta and Ramírez, 2007; Costa Rocha et al., 2012; Garcia et al., 1998; Jaramillo and Borja, 2004) ainsi que dans les ouvrages relatif à l'énergie éolienne (Da Rosa, 2013; Justus, 1978; Manwell, 2009). Il est également implémenté par défaut dans les principaux logiciels commerciaux de quantification de l'énergie éolienne (ex : WASP, HOMER).

Une variable v distribuée de manière aléatoire selon une distribution de Weibull a une densité de probabilité définie à l'Eq.(18).

$$\begin{cases} f(v; c, k) = \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k}, & v > 0; c > 0, k > 0 \\ 0, & v \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

Où k est le parameter de forme, sans unité et c le paramètre d'échelle de même unité que v . La distribution Exponentielle ainsi que la distribution de Rayleigh, introduite précédemment à l'Eq.(12), sont des cas particuliers. Le modèle Exponentiel est obtenu

¹⁰ (Harris and Cook, 2014)

¹¹ (Harris and Cook, 2014)

¹² (Harris and Cook, 2014)

lorsque $k = 0$ et le modèle de Rayleigh lorsque $k = 2$ et $c = \sigma\sqrt{2}$. La fonction cumulative et la fonction de survie correspondante sont données respectivement aux Eq.(19) et (20).

$$F(v; c, k) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right), \text{ avec } c > 0, k > 0 \quad (19)$$

$$F(v; c, k) = 1 - e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad (20)$$

L'expression des moments de la distribution de Weibull est présentée au Tableau 12. Le détail du calcul des moments figure en Annexe (renvoi). Le modèle a été étudié par Johnson et al. (1994) auquel le lecteur pourra se référer pour davantage de développements.

Tableau 12: Moments de la distribution de Weibull

Moment	
Esperance mathématique	$\mu = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$
Médiane	$Med = c(\log 2)^{\frac{1}{k}}$
Mode	Pour $k \leq 1$: $Mod = 0$ Pour $k > 1$: $Mod = c\left(\frac{k-1}{k}\right)^{\frac{1}{k}}$
Variance	$\sigma^2 = c^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right]$
Coefficient d'asymétrie	$\delta = \frac{\Gamma_3 - 3\Gamma_1\Gamma_2 + 2\Gamma_1^3}{[\Gamma_2 - \Gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}$ Avec : $\Gamma(i) = \Gamma\left(1 + \frac{i}{k}\right)$
Coefficient d'aplatissement	$\beta = \frac{\Gamma_4 - 4\Gamma_1\Gamma_3 + 6\Gamma_1^2\Gamma_2 - 3\Gamma_1^4}{[\Gamma_2 - \Gamma_1^2]^2} - 3$

Où $\Gamma(t)$ est la fonction gamma $\Gamma(t) = \int_0^{+\infty} x^{t-1} \exp^{-x} dx$ et $\Gamma(i) = \Gamma\left(1 + \frac{i}{k}\right)$

La forme de la distribution évolue principalement en fonction du facteur de forme k , et on peut isoler trois profils pour la distribution de Weibull : lorsque k appartient à $]0; 1[$, lorsque k est égale à 1 et lorsque k est supérieur à 1. Le comportement de la distribution de Weibull selon ces trois cas est détaillé au Tableau 13.

Lorsque **k appartient à $]0; 1[$** , la distribution possède un profil en J inversé comme l'illustre la Figure 26. La droite $v = 0$ et la droite $f(v) = 0$ sont respectivement asymptote verticale et horizontale de la densité de distribution. La distribution est asymétrique et la queue de la distribution est étalée à droite. La distribution possède une forme limite à mesure que k tend vers 0, le modèle tend alors vers $\frac{1}{v}$ avec un facteur d'écrasement sur la droite $v = 0$, comme l'illustre l'Eq.(21).

$$\lim_{k \rightarrow 0} f(v) = 0 \times \frac{1}{v} \times e^{-1} \quad (21)$$

A mesure que k tend vers 0, pour ce cas limite, la moyenne tend vers l'infini avec la fonction gamma, la variance tend vers l'infini et la médiane tend vers zéro. A mesure que k tend vers 1, la distribution de Weibull tend vers la distribution exponentielle. La variance et la

moyenne décroissent et tendent respectivement vers le carré du facteur d'échelle c et le facteur d'échelle c . La médiane croit et tend vers le facteur d'échelle c multiplié par un facteur $\log 2$. Le profil de la distribution de Weibull pour les valeurs du facteur de forme comprises entre 0 et 1 est illustré à la Figure 26.

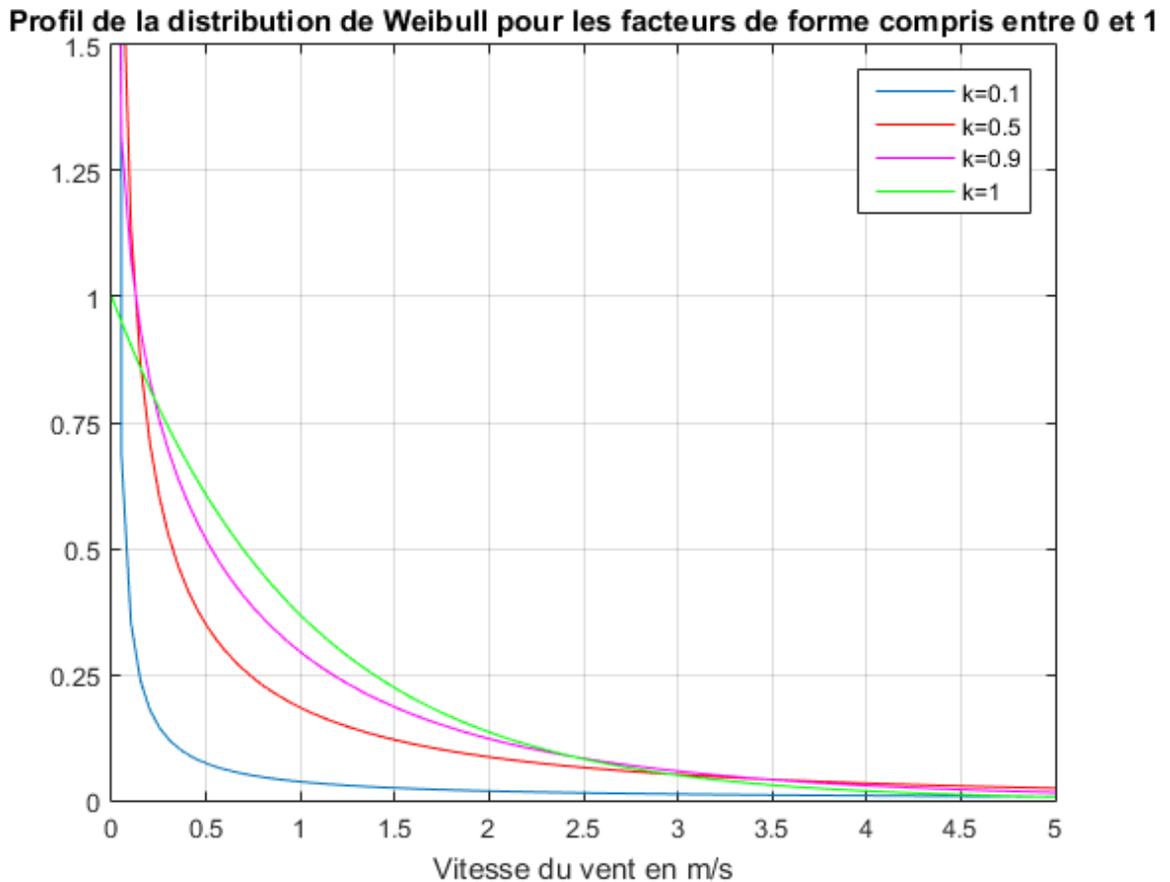


Figure 26: Profils de la distribution de Weibull pour les facteurs de forme compris entre 0 et 1

Pour k égal à 1, la distribution de Weibull correspond à la distribution exponentielle qui possède un profil en J inversé selon une courbe convexe décroissante, comme l'illustre la Figure 26.. La distribution est asymétrique, la queue de la distribution étant étalée à droite. Le mode existe et est égal à 0. La valeur de la densité de probabilité en 0 est égale à l'inverse du facteur d'échelle. A mesure que v tend $+\infty$, la densité de probabilité tend vers zéro et la droite $f(v) = 0$ est asymptote horizontale de la densité de distribution. La variance est égale au carré du facteur d'échelle c et la moyenne est égale au facteur d'échelle c . La médiane est égale au facteur d'échelle c multiplié par un facteur $\log 2$. Le profil de la distribution de Weibull lorsque le facteur de forme est égal à 1 est illustré à la

Pour tout $k > 1$, la distribution de Weibull possède un **profil en cloche**, elle tend vers zéro lorsque v tend vers 0 et lorsque v tend vers l'infini. Le profil de la distribution de Weibull pour les valeurs du facteur de forme comprises entre 0 et 1 est illustré à la Figure 27.

Profil de la distribution de Weibull pour les facteurs de forme supérieurs à 1

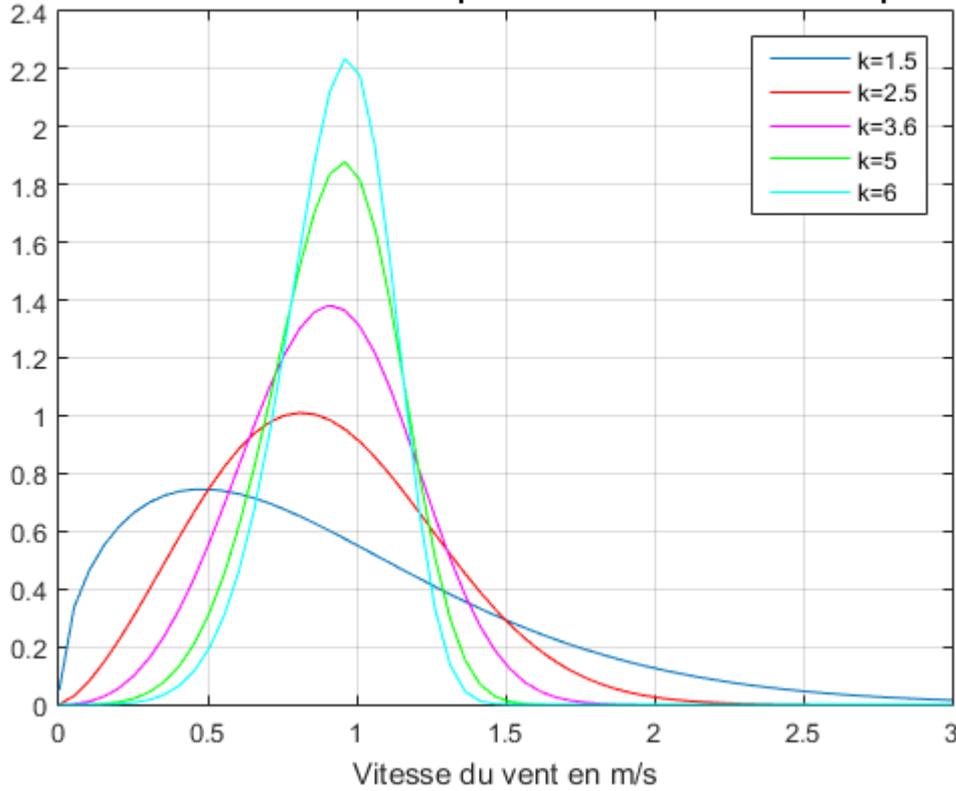


Figure 27: Profil de la distribution de Weibull lorsque le facteur d'échelle est égal à 1 et pour les facteurs de forme supérieurs à 1

La distribution possède un mode unique égale au facteur d'échelle c multiplié par le facteur $\left(\frac{k-1}{k}\right)^{\frac{1}{k}}$. Le mode tend très rapidement vers le facteur d'échelle à mesure que le facteur de forme k tend vers l'infini. L'espérance mathématique se comporte à facteur d'échelle constant comme le facteur $\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$. Avec k croissant, l'espérance commence par décroître pour atteindre un minimum lorsque le facteur de forme k est égal à 2.17, puis tend vers le facteur d'échelle c à mesure que k tend vers l'infini. La médiane est dépendante du facteur $(\log 2)^{\frac{1}{k}}$ à facteur d'échelle constant et possède un comportement monotone avec le facteur de forme k croissant. Elle tend vers le facteur d'échelle comme la moyenne lorsque le facteur de forme k tend vers l'infini. La variance est dépendante du facteur $\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)$ à paramètre d'échelle constant et possède également un comportement monotone avec le paramètre de forme k croissant. Avec le facteur de forme k croissant, le facteur $\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$ tend vers 1 et la variance tend vers zéro. La distribution se concentre alors autour de la moyenne, elle-même égale au facteur d'échelle c .

Le comportement du mode, de la moyenne, de la médiane et du coefficient de variation sont représentés à la Figure 28 pour la distribution de Weibull standard ($c=1$). Le coefficient de variation est défini comme le rapport de la variance à la moyenne. Il est décrit à l'Eq.(22).

$$c_v = \frac{\sigma^2}{\mu} = \frac{c^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right]}{c \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)} = c \left[\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)} - \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right] \quad (22)$$

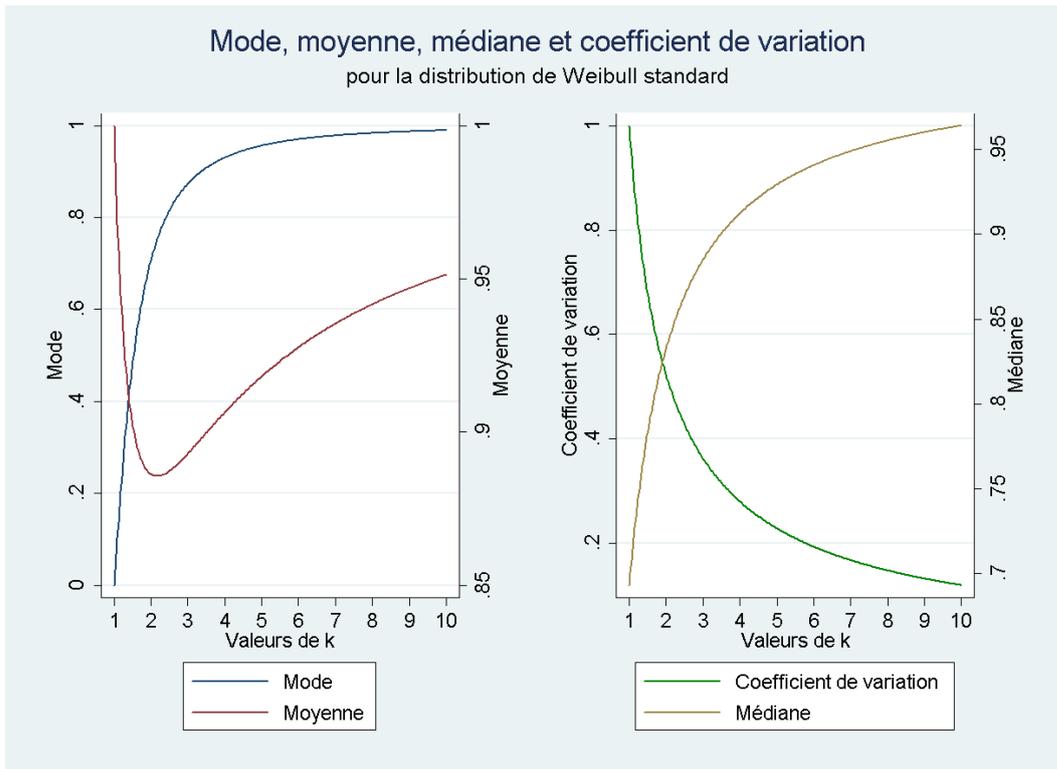


Figure 28: Profil du mode, de la moyenne, de la médiane et du coefficient de variation pour la distribution de Weibull standard

La distribution de Weibull pour $k > 1$ est symétrique dans le voisinage de 3.6^{13} . Afin d'étudier la symétrie de la distribution de Weibull, les différences entre moyenne et mode, médiane et mode ainsi que moyenne et médiane ont été illustrées à droite de la Figure 29. Les trois valeurs s'annulent pour des valeurs du facteur de forme k comprises entre 3.31 et 3.26. Le profil du coefficient d'asymétrie est représenté à droite de la Figure 29. Le coefficient de symétrie est positif pour les valeurs du facteur de forme inférieures à 3.6, s'annule lorsque le facteur de forme k est égal à 3.6 et est négatif pour les valeurs du paramètre de forme k supérieures à 3.6. La distribution de Weibull est donc asymétrique à droite pour les valeurs du facteur de forme inférieures à 3.6, symétrique lorsque le facteur de forme k est égal à 3.6 et est asymétrique à gauche pour les valeurs du paramètre de forme k supérieures à 3.6 comme l'illustre la Figure 27.

Le profil du coefficient d'aplatissement est représenté à gauche de la Figure 29. Le coefficient d'aplatissement est négatif pour les valeurs du paramètre de forme k comprises entre 2.25 et 5.77 et positif pour les valeurs du paramètre de forme k situées l'extérieur de ces bornes. La distribution de Weibull est donc platikurtique pour les valeurs du paramètre de forme k comprises entre 2.25 et 5.77 et leptokurtique pour les valeurs du paramètre de forme k situées l'extérieur de ces bornes.

¹³ L'intégralité des solutions numériques ont été obtenues via le logiciel Matlab

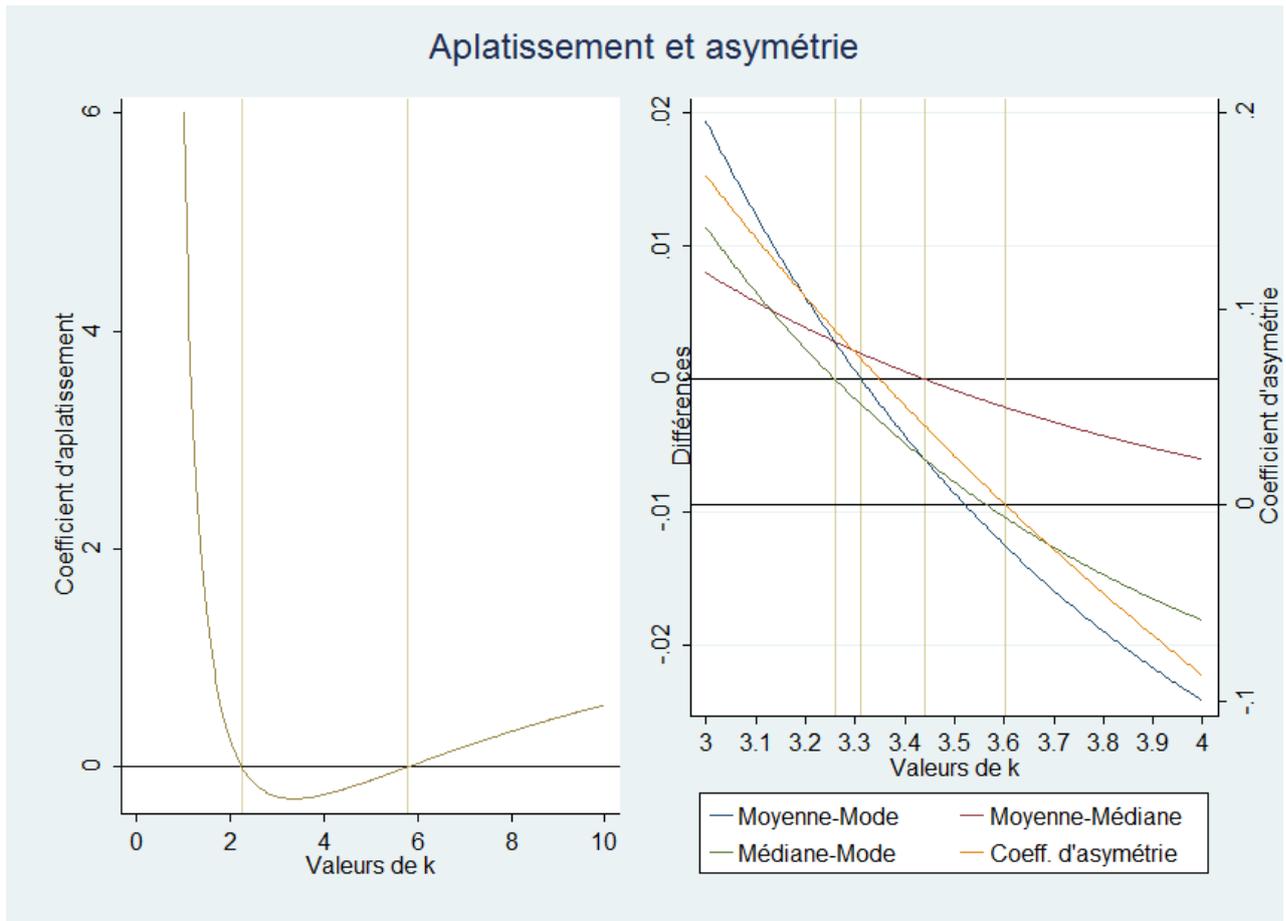


Figure 29: Asymétrie et aplatissement

Le paramètre de forme a peu d'influence sur la forme de la distribution de Weibull. Le coefficient de symétrie et le coefficient d'aplatissement sont indépendants du facteur d'échelle c . Par conséquent, à paramètre de forme constant, la symétrie et l'aplatissement de la distribution ne sont pas affectés par un changement du paramètre d'échelle. Un accroissement du paramètre d'échelle c a pour effet d'étirer la distribution vers la droite. Suivant la typologie introduite précédemment pour le paramètre de forme k , l'impact de l'accroissement du paramètre d'échelle c sur la forme de la distribution de Weibull est décrit lorsque le paramètre d'échelle inférieur à 1 à la Figure 30, lorsque le paramètre d'échelle est égal à 1 à la Figure 31, et lorsque le paramètre d'échelle est supérieur à 1 la Figure 32.

Profil de la distribution de Weibull pour les facteurs de forme d'échelle compris entre 0.5 et 6

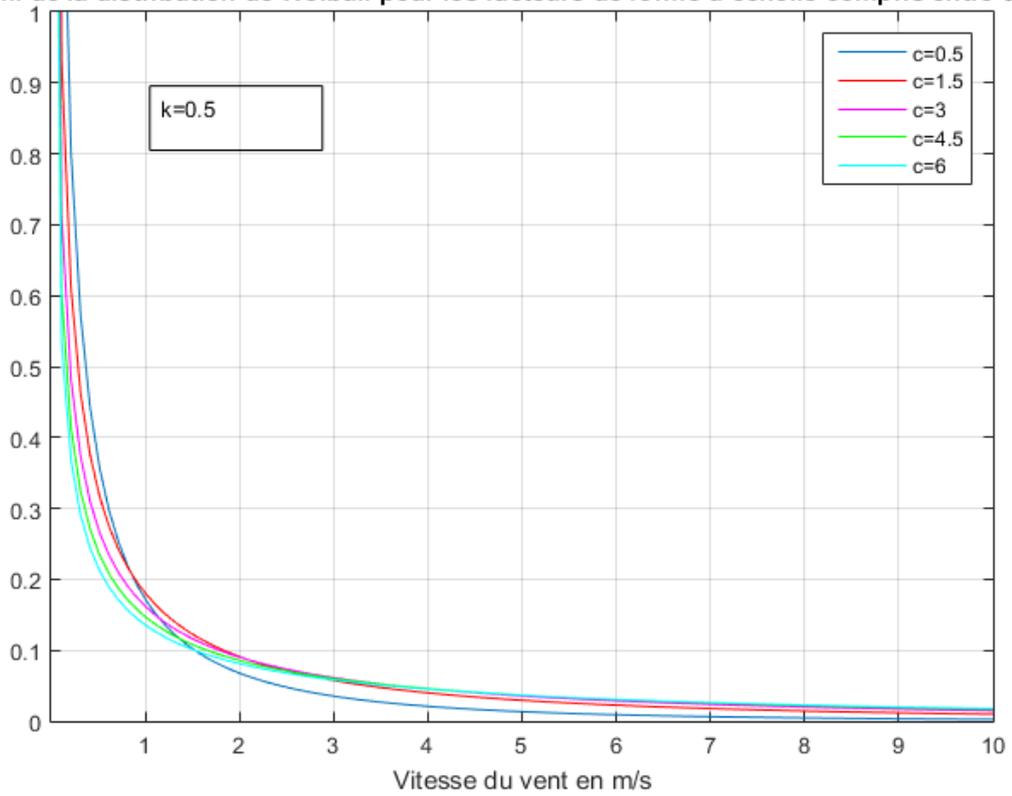


Figure 30: Densité de Weibull pour lorsque le paramètre d'échelle est égal à 0.5 et les valeurs du paramètre d'échelle c sont comprises entre 0.5 et 6

Profil de la distribution de Weibull pour les facteurs de forme d'échelle compris entre 0.5 et 6

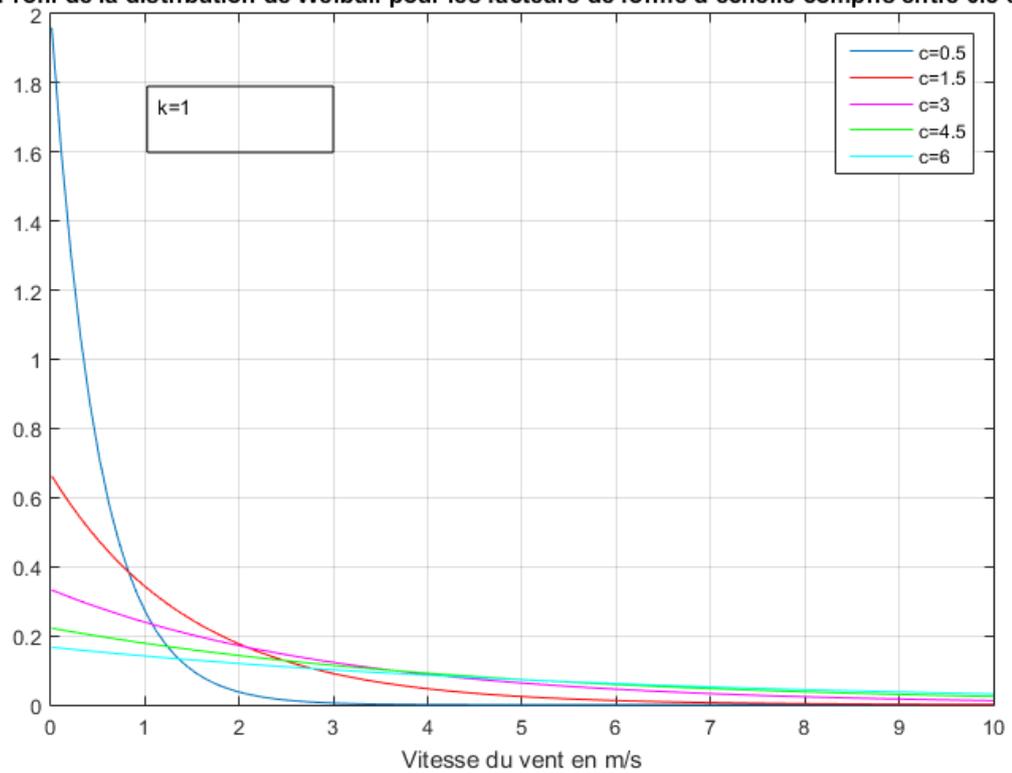


Figure 31: Densité de Weibull pour lorsque le paramètre d'échelle est égal à 1 et les valeurs du paramètre d'échelle

c sont comprises entre 0.5 et 6

Profil de la distribution de Weibull pour les facteurs de forme d'échelle compris entre 0.5 et 6

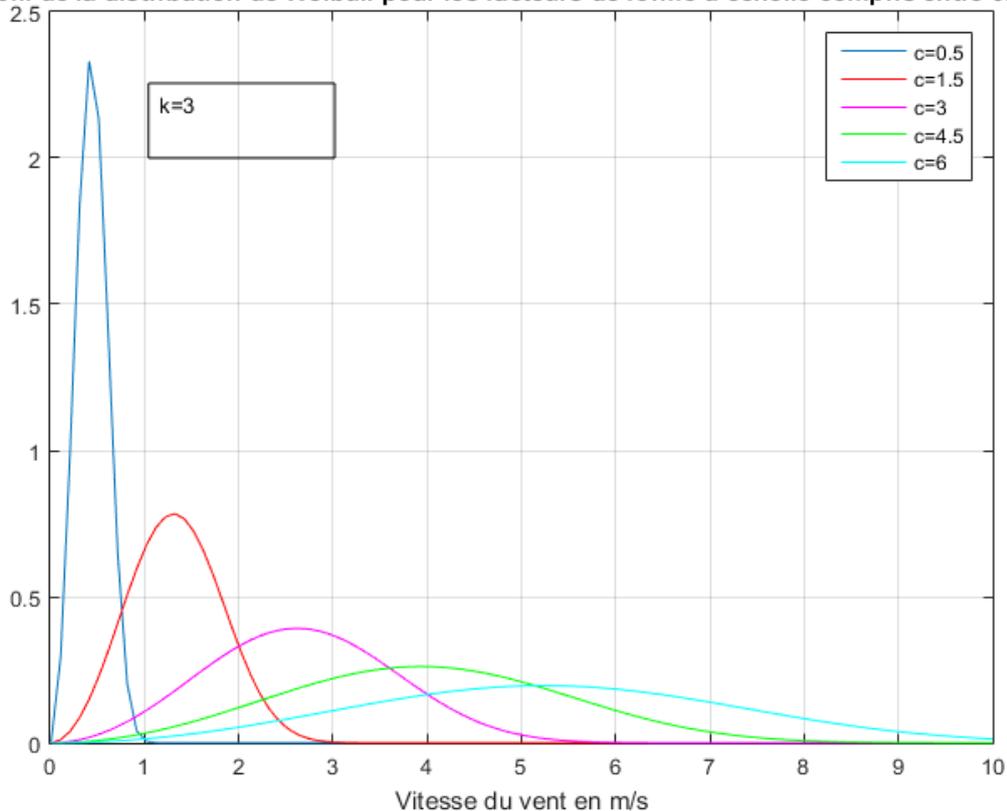


Figure 32 : Densité de Weibull pour lorsque le paramètre d'échelle est égal à 3 et les valeurs du paramètre d'échelle c sont comprises entre 0.5 et 6

Pour la gamme des facteurs de forme observable pour les régimes de vent rencontrés à la Réunion, soit celle correspondant à un facteur de forme supérieur ou égale à l'unité, le facteur d'échelle croissant entraîne à facteur de forme constant une croissance linéaire du mode, de la moyenne et de médiane ainsi que du coefficient de détermination. Comme on l'a vu précédemment, l'asymétrie et l'aplatissement de la distribution sont indépendants du facteur d'échelle c. Avec le facteur d'échelle croissant, la distribution de la vitesse du vent reflète donc un gisement dont les vitesses de vent sont plus importantes et dont la variance est supérieure Figure 32. A facteur d'échelle constant, le choix de technologie d'éoliennes se portera donc vers des technologies plus puissantes fonctionnant sur une gamme de vitesse plus large et pour des gammes de vitesses plus élevées.

A facteur d'échelle constant et à facteur de forme croissant, le mode et la médiane sont croissants. La moyenne décroît dans un premier temps puis augmente à partir de valeurs du paramètre d'échelle égale à 2.16. La variance diminue rapidement avec le facteur de forme croissant comme l'illustre la Figure 27. A paramètre d'échelle croissant et au-delà de 2.16, la distribution du vent reflète la présence de vent en moyenne plus forts et davantage concentrée autour d'une valeur unique, celle du paramètre d'échelle c. En effet, avec le paramètre de forme croissant, la moyenne, le mode et la médiane tendent vers le paramètre d'échelle. Présentant un profil asymétrique à droite dans un premier temps, la queue de la distribution s'estompe avec le facteur de forme croissant et la distribution devient symétrique lorsque le facteur de forme est égal à 3.6 comme l'illustre la Figure 27. La distribution présente une queue à gauche après cette valeur du paramètre de forme. Le facteur de forme croissant décrit

alors la présence d'un gisement dont la concentration de vent fort est plus élevée que celle des vents faibles sur une échelle fixée par le paramètre d'échelle c . D'une manière générale, pour de faibles valeurs du paramètre de forme, on observera un gisement dont les vitesses de vent sont davantage concentrées autour de faibles valeurs du vent sur une échelle fixée par le paramètre d'échelle. A facteur d'échelle constant, le choix de technologie d'éoliennes se portera donc vers des technologies dont la vitesse de démarrage sera plus faible.

Tableau 13: Comportement de la densité de Weibull en fonction du paramètre de forme k

Paramètre de forme	$0 < k < 1$	$k = 1$	$k > 1$
Profil	Profil en J inversée	Profil en J inversée Distribution exponentielle	Profil en cloche
Variation p/r à v	$\infty \downarrow 0$	$\frac{1}{c} \downarrow 0$	$0 \uparrow MAX \downarrow 0$ Avec MAX égal à $c \left(\frac{k-1}{k} \right)^{\frac{1}{k}}$
Mode (Variation p/r à k)	0	0	$0 \uparrow c$
Esperance mathématique (Variation p/r à k)	$\infty \downarrow c$	c	$c \downarrow MIN \uparrow c$ Avec MIN égal à 2.16
Médiane (Variation p/r à k)	$0 \uparrow c \log 2$	$c \log 2$	$c \log 2 \uparrow c$
Variance (Variation p/r à k)	$\infty \downarrow c^2$	c^2	$c^2 \downarrow 0$
Asymétrie	Queue de la distribution à droite	Queue de la distribution à droite	Symétrique dans le voisinage de 3.6 Queue de la distribution : - à droite pour $k < 3.6$ - à gauche pour $k > 3.6$
Aplatissement	Leptokurtique	Leptokurtique	Platikurtique entre 2.3 et 5.8 Leptokurtique à l'extérieur de ces bornes

Si la distribution de Weibull s'est imposée comme un modèle référence pour formaliser la distribution marginale des vitesses de vent, il n'en demeure pas moins que le choix du modèle demeure à la discrétion du modélisateur. D'autres modèles ont prouvés être plus efficaces dans certains cas, notamment les distributions Gamma (Carta et al., 2009; Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015), Normal (Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015)), Log-Normal (Carta

et al., 2009; Garcia et al., 1998; Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015), three parameter Weibull (Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015), three parameter Log-Normal (Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015), Generalized Gamma (Carta et al., 2009; Morgan et al., 2011), Kappa (Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015), Wakeby (Morgan et al., 2011), Pearson type III (Morgan et al., 2011), Log-Pearson type III (Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015).

En tant que distribution uni-modale, le modèle de Weibull ne peut pas représenter les régimes de vent multimodaux. Cette difficulté a été précédemment exposée à l'occasion de l'étude de la distribution bivariée des vitesses et des directions du vent de Pierrefonds en 2010 représentée à au Tableau 4. Trois régimes de vent ont été isolés ; le régime d'alizés, le régime de brise de mer, et le régime de brise de terre. L'ajustement de la distribution de Weibull à l'histogramme de la distribution empirique marginale des vitesses de Pierrefonds en 2010 est illustré à la Figure 33. On constate que la superposition de la distribution de Weibull estimée et de l'histogramme de la distribution empirique marginale des vitesses s'effectue assez mal.

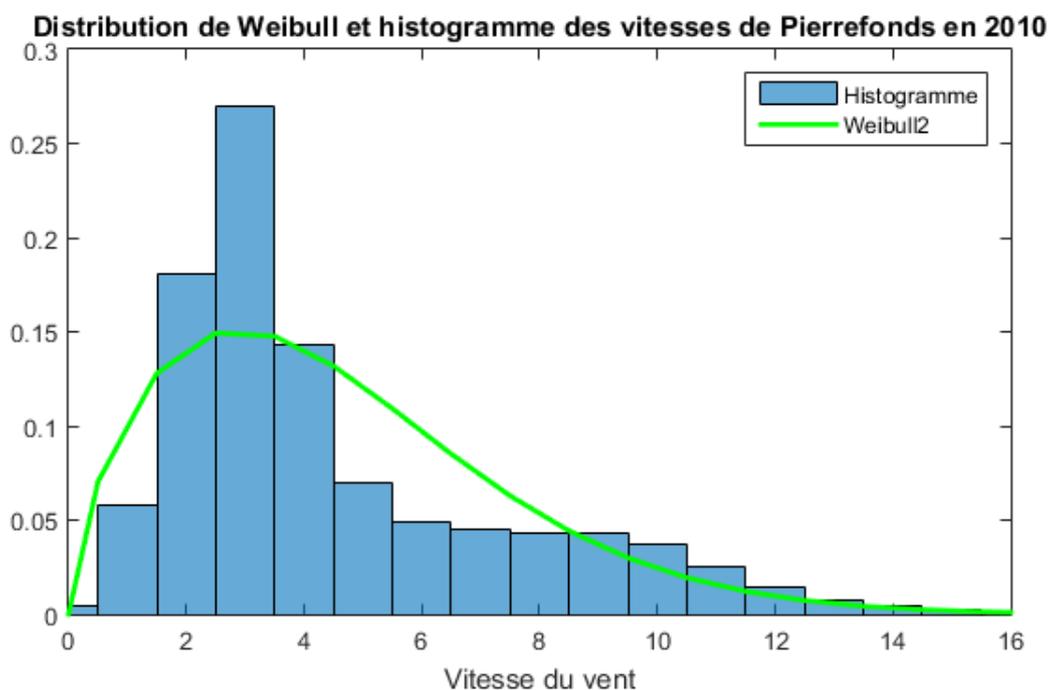


Figure 33: Ajustement de la distribution de Weibull à la distribution empirique marginale des vitesses de Pierrefonds en 2010

A titre de comparaison, les distributions empiriques des vitesses de vent conditionnelles aux directions de provenance du régime de vent des alizés, des brises de mer et des brises de terre ont été représentées à la Figure 34. L'ajustement du modèle pour chacune des distributions conditionnelles apparaît visuellement comme étant bien meilleur.

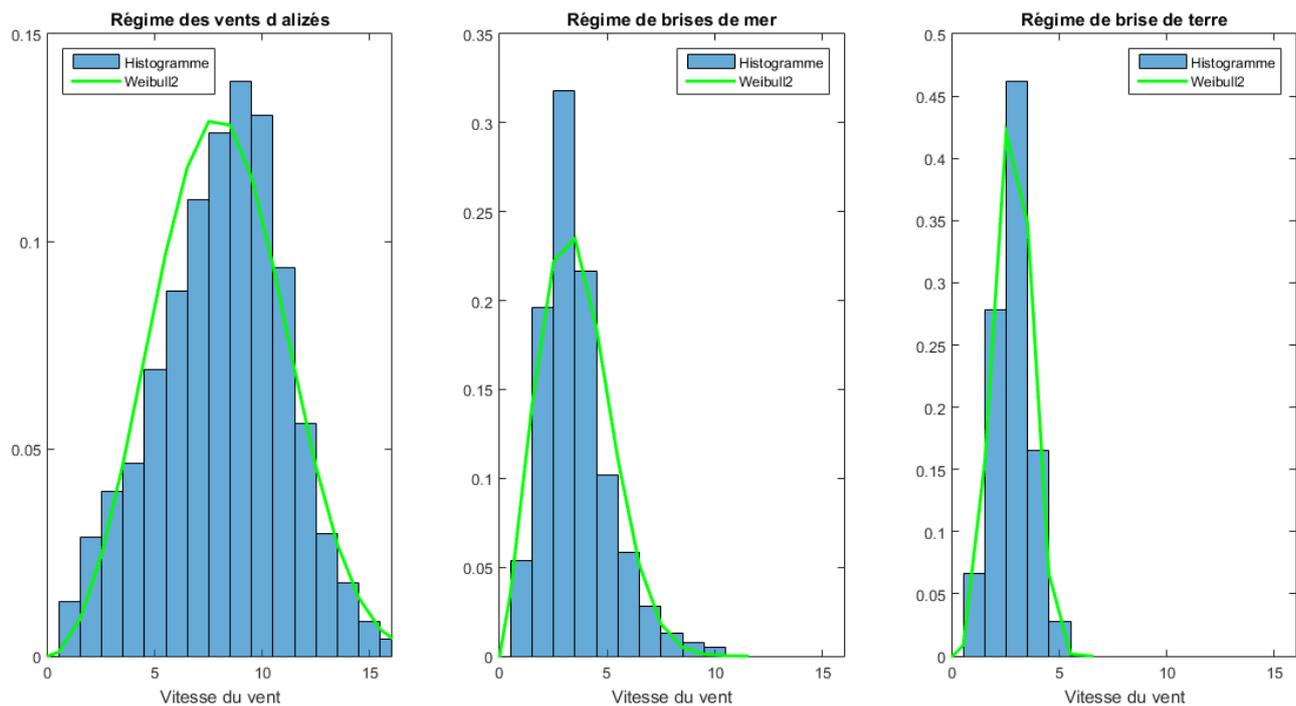


Figure 34: Distribution de Weibull et distributions empirique des vitesses de vent conditionnelles aux directions de provenance du régime de vent des alizés, des brises de mer et des brises de terre

Pour répondre à ce problème de nombreux modèles plus flexibles ont été utilisés, notamment les mixtures de distributions Weibull (Aitchison, 1955; Akpınar and Akpınar, 2009; Carta et al., 2009; J.A. Carta and Ramírez, 2007; José Antonio Carta and Ramírez, 2007; Jaramillo and Borja, 2004; Morgan et al., 2011; Ouarda et al., 2015; Qin et al., 2012), Gamma (Ouarda et al., 2015) et Normales tronquées (Akpınar and Akpınar, 2009; José Antonio Carta and Ramírez, 2007). De même, la distribution de Weibull ne peut modéliser la proportion des vents calmes. Ce problème a été abordé par (Akpınar and Akpınar, 2009; José Antonio Carta and Ramírez, 2007; Takle and Brown, 1978).

1.4: Profil vertical de la vitesse du vent à l'Ile de la Réunion

L'altitude à laquelle la mesure des caractéristiques du vent est réalisée ne correspond pas nécessairement avec l'altitude des éoliennes. Dans la plupart des cas, comme l'illustre le Tableau 2, les caractéristiques du vent ne sont pas mesurées aux altitudes des turbines que l'on peut installer à la Réunion, comprises entre 40 et 60 mètres selon les technologies. Il est donc nécessaire de modéliser la manière dont la vitesse du vent évolue verticalement avec l'altitude.

1.4.1. Eléments de météorologie

Les phénomènes atmosphériques en jeu correspondent aux mouvements d'air qui s'opèrent dans la couche limite de l'atmosphère illustrée à la Figure 35 et dont l'épaisseur correspond environ aux 1000 premiers mètres à partir de la surface du sol. Dans la limite supérieure de celle-ci, l'air est uniquement soumis à l'action des forces de pression et de Coriolis. Les forces de pression, à l'origine du déplacement des masses d'air sont dirigées des zones de hautes pressions vers les zones de basses pressions. Elles sont engendrées par l'ensoleillement inégal suivant les latitudes, la nature des sols et la répartition des océans et continents. Les différences d'ensoleillement entre l'équateur thermique et la zone subtropicale située entre 23.5° et 40° de latitude Sud engendrent à l'Ile de la Réunion le régime de vent des alizés selon le principe de la cellule de Hadley illustré précédemment à la Figure 12. Résultante de la rotation de la Terre autour de son axe, la force de Coriolis donne sa direction est sud-est aux alizés. Elle s'exerce perpendiculairement à la vitesse du vent vers la gauche dans le sens du déplacement dans l'hémisphère nord et vers la droite dans le sens du déplacement dans l'hémisphère sud, comme illustré au sein de la section précédente à la Figure 13. Les différences de pression entre les surfaces continentales réunionnaises et les surfaces océaniques engendrent elles aussi des mouvements d'air correspondant au cycle des brises thermiques qui suit le cycle diurne de l'ensoleillement, comme illustré à la Figure 19 et à la Figure 20. Dans la limite supérieure de la couche limite de l'atmosphère où les masses d'air sont uniquement soumises au forces de pression et à la force de Coriolis, le mouvement de l'air est uniforme, horizontal et sa vitesse est constante. On parle de vent géostrophique.

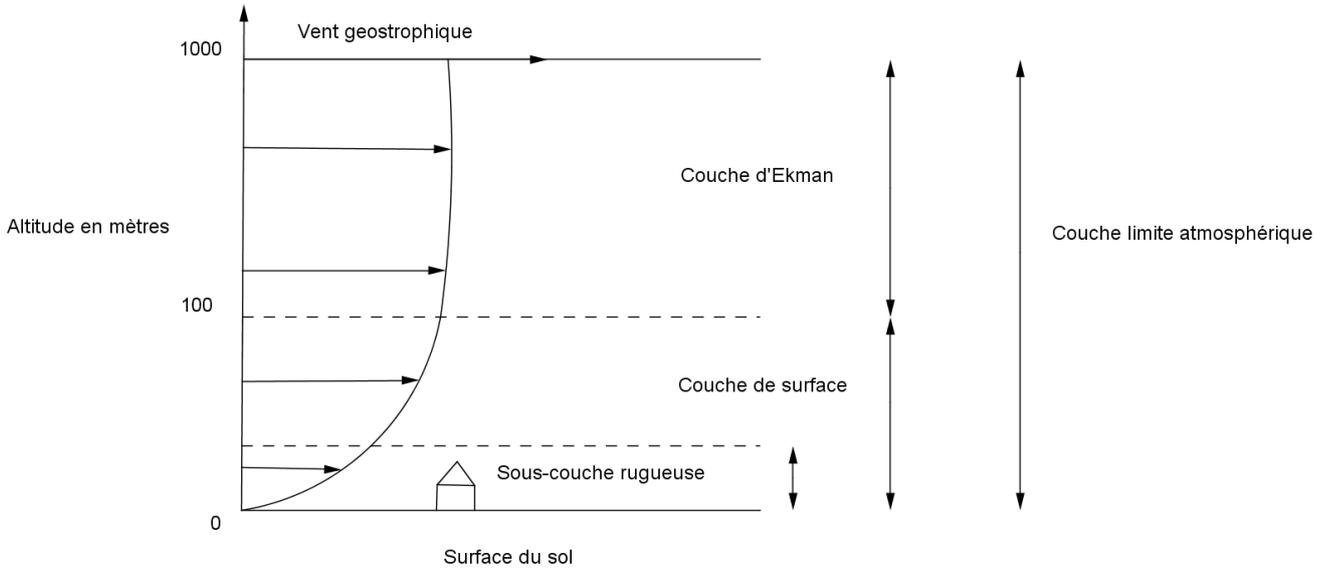


Figure 35: Sous-couches de la couche limite de l'atmosphère

La couche antagonique, située dans les altitudes les plus basses est intitulée couche limite de surface (CLS). Couche la plus proche du sol, elle peut s'étendre jusqu'à 100 mètres au dessus de celui-ci comme l'illustre la Figure 35. Dans cette zone d'altitudes, les forces de frottement dues à la présence du sol et d'obstacles perturbent l'écoulement de l'air. Au sein de la couche limite de surface, le mouvement des masses d'air est turbulent et directement lié à la rugosité du sol. Entre la couche limite de surface et la limite supérieure de la couche atmosphérique est située la couche d'Ekman. Au sein de cette couche intermédiaire, située entre 100 et 1000 mètres, l'air est soumis au frottement du sol et à la force de Coriolis. Les forces de frottement deviennent négligeables avec l'altitude croissante, et le vent géostrophique est atteint à la limite supérieure de celle-ci.

La variation de la vitesse moyenne du vent (calculée sur une période d'une minute à une heure) en fonction de la hauteur est dérivée de la théorie de la similitude de Monin et Obukhov (1954) décrite à l'Eq.(23).

$$v(z) = \frac{v_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \right] - \Psi\left(\frac{z}{L}\right) \quad (23)$$

Où z est la hauteur à laquelle la vitesse est calculée en mètres, z_0 le paramètre de rugosité qui possède la même dimension, et v_* est la vitesse de frottement reliée à la perturbation provoquée par les accidents de surface en m.s^{-1} . Ψ est la fonction universelle de la hauteur relative z par rapport à l'échelle de turbulence L en m. k est la constante de von Karman à peu près équivalente à 0.4. L'échelle de turbulence également appelé longueur de Monin-Obukhov dépend de la turbulence et de du flux de chaleur sensible H en W.m^{-2} comme le décrit l'Eq.(24).

$$L = \frac{-v_*^3 \rho T C}{k g H} \quad (24)$$

Où g est l'accélération gravitationnelle m.s^{-2} , ρ la masse volumique de l'air kg.m^{-3} , T la température ambiante mesurée à 1 mètre du sol et C la chaleur spécifique en à pression spécifique en kJ.kg^{-1}

La vitesse du vent à l'altitude de mesure est l'élément principal pour détermination la vitesse de frottement v_* et le bilan radiatif, différence entre l'énergie reçue et émise par la surface du sol, est l'élément principal pour détermination du flux de chaleur sensible H et par là de la longueur de Monin-Obukov L. Deux méthodes d'extrapolation ont été dérivées de la théorie de la similitude de Monin-Obukov afin de modéliser le profil vertical du vent : la loi de puissance et la loi logarithmique.

1.4.2. Loi de puissance

Les travaux de Justus (1978) ont permis d'établir les premières formules d'extrapolation de la vitesse du vent entre deux altitudes z_1 et z_2 à partir de la théorie de la similitude de Monin-Obukov. Le profil vertical du vent établi par la formule de Justus (1978) appelée loi de puissance est décrit à l'Eq.(25)

$$v(z_2) = v(z_1) \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^\alpha \quad (25)$$

Où α est le coefficient d'extrapolation donné par l'Eq.(26)

$$\alpha = \frac{\varphi(z_g)}{\ln\left(\frac{z_g}{z_0}\right) - \psi\left(\frac{z_g}{L}\right)} \quad (26)$$

Où z_g est égal à $\exp\left(\frac{\ln z_1 + \ln z_2}{2}\right)$. Le coefficient d'extrapolation décrit à l'Eq.(26) est fonction de la longueur de Monin-Obukov décrivant les conditions atmosphériques. Une approximation de cette loi valable pour des conditions atmosphériques neutres consiste à prendre une valeur du coefficient d'extrapolation α égale 1/7. Cette approximation de la loi de puissance est appelée loi 1/7. La validité de la loi 1/7 implique néanmoins un effet de rugosité négligeable. En d'autres termes, l'effet d'atténuation de la force du vent dans les basses couches de l'atmosphère due aux obstacles présents au sol doit être marginal et ceci n'est vrai que lorsque la hauteur de l'obstacle est très faible par rapport à l'altitude d'extrapolation. Les limites de la loi de puissance 1/7 pour estimer des moyennes de vitesses de vent à une altitude d'intérêt ont été mises en évidence par de nombreuses études empiriques. Farrugia(Farrugia, 2003), Rehman (Rehman and Al-Abbadi, 2005), Firtin (Firtin et al., 2011) ont mis évidence des valeurs moyennes de ces coefficients pour les sites étudiés bien supérieures à 1/7. De multiples études empiriques ont permis d'établir des coefficients d'extrapolation pour une typologie des terrains. Les valeurs du coefficient d'extrapolation α utilisés pour la loi de puissance au sein de cette thèse sont tirées de Bechrakis et al. (2000) et sont présentées au Tableau 14.

Tableau 14: Coefficients d'extrapolation α pour divers types de terrains, Source: Bechrakis et al. (2000)

Type de terrain	Coefficient d'extrapolation α
Eau : Océans, Mers, Lacs	0.1
Terrains découverts avec surfaces nues : Béton, pistes d'atterrissage, gazon tondu, etc..	
Terrains agricoles découverts, herbes courtes	0.14
Herbes hautes, arbre occasionnel	0.16
Cultures hautes et quelques arbres	0.20

Nombreux arbres et bâtiments occasionnels	0.22 – 0.24
Forêt, Villages et Zones urbaines périphériques	0.28 – 0.30
Zones urbaines et hauts bâtiments	0.4

Le profil vertical du vent décrit par la loi de puissance est illustré à la Figure 36 pour les terrains de types herbes courtes, cultures hautes, nombreux arbres et zones urbaines d'après les valeurs du coefficient α tirées du Tableau 14.

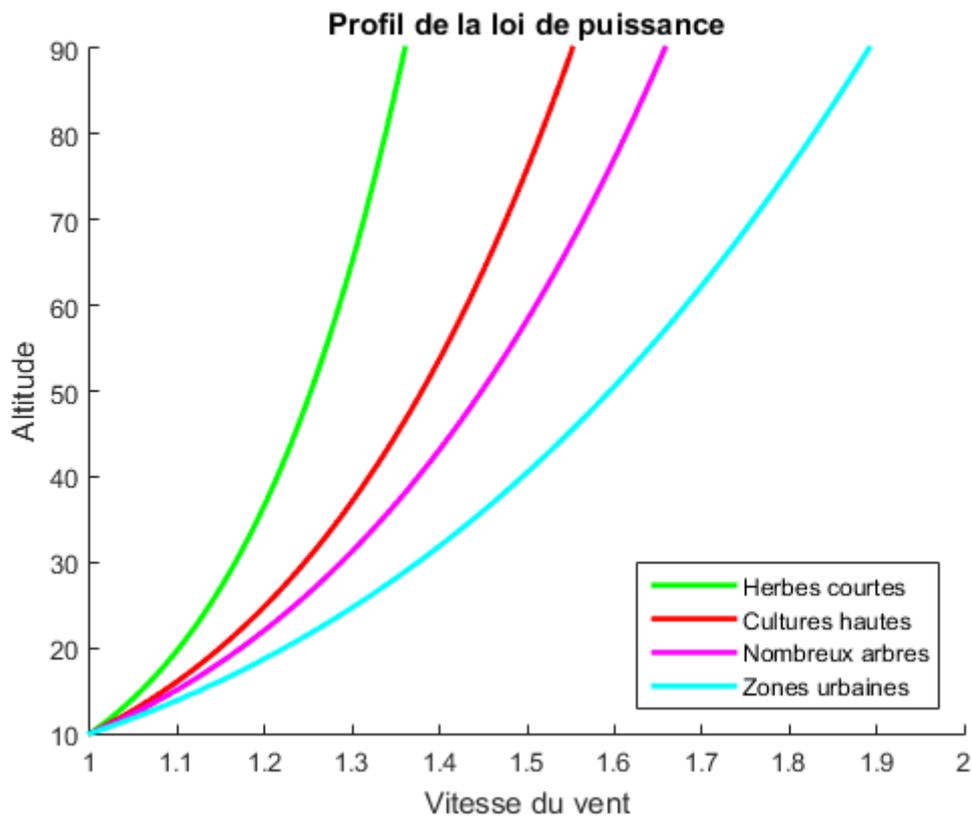


Figure 36: Profils de la loi de puissance

La méthodologie d'extrapolation des paramètres de la distribution de Weibull est encore à ce stade en voie d'élaboration.

1.4.3. Loi logarithmique

Les travaux préliminaires H. Tennekes (1973) sur la loi logarithmique ont permis d'établir la formule d'extrapolation la vitesse du vent entre deux altitudes z_1 et z_2 décrite à l'Eq.(27).

$$v(z_2) = v(z_1) \frac{\ln\left(\frac{z_2}{z_0}\right) - \Psi\left(\frac{z_2}{L}\right)}{\ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right) - \Psi\left(\frac{z_1}{L}\right)} \quad (27)$$

Où Ψ est la fonction universelle de la hauteur relative z par rapport à l'échelle de turbulence L . Dans des conditions neutres, on a $\Psi(0) = 0$ et l'expression se simplifie comme le décrit l'Eq.(28). La formule d'extrapolation correspond au profil vertical du vent en conditions neutres décrit par Wieringa (1993) pour différents types de terrains.

$$v(z_2) = v(z_1) \frac{\ln\left(\frac{z_2}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right)} \quad (28)$$

Les valeurs du coefficient d'extrapolation z_0 utilisés pour la loi logarithmique au sein de cette thèse sont tirées de Manwell (2009) et sont présentées au Tableau 15.

Tableau 15: Coefficients d'extrapolation z_0 pour divers types de terrains, Source: Manwell (2009)

Type de terrain	Coefficient d'extrapolation z_0
Eau : Océans, Mers, Lacs	0.00001 – 0.0005
Terrains avec surfaces nues : Béton, pistes d'atterrissage, gazon tondu, etc..	0.003
Terrains agricoles découverts, herbes courtes	0.008
Herbes hautes	0.01
Terrain en jachère	0.03
Cultures	0.05
Quelques arbres	0.1
Arbres nombreux, quelques bâtiments	0.25
Forêts	0.5
Zones urbaines périphériques	1.5
Centres urbains et hauts bâtiments	3

Le profil vertical du vent décrit par la loi de puissance est illustré à la Figure 37 pour les terrains de types herbes courtes, cultures hautes, nombreux arbres et zones urbaines d'après les valeurs du coefficient z_0 tirées du Tableau 15.

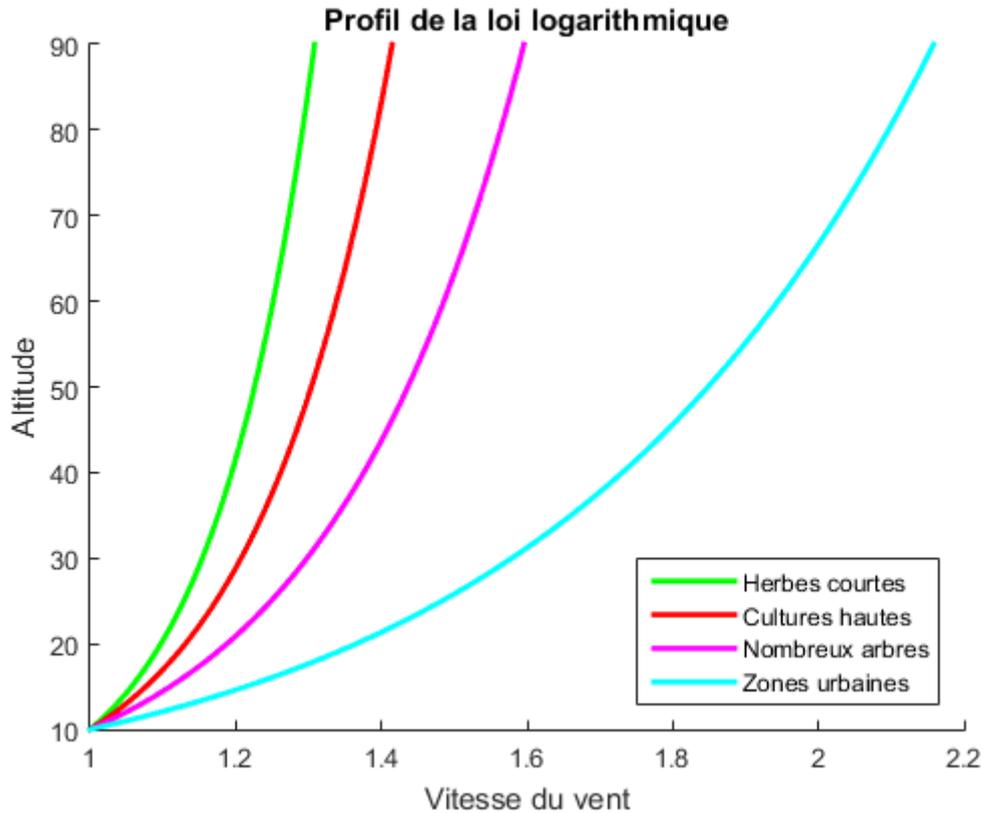


Figure 37: Profils de la loi logarithmique

1.4.3.1. Restrictions

Certaines limitations portent néanmoins sur l'usage de la loi de puissance ou de la loi logarithmique. Le profil de vent varie fortement au cours de l'année et de la journée en fonction des conditions atmosphériques. Le coefficient d'extrapolation utilisé pour traduire ce profil correspond en fait au coefficient d'extrapolation moyen sur un site et ne décrit pas cette variabilité.

Les phénomènes atmosphériques engendrent en effet alternativement des périodes où les gradients de vitesses de vents sont importants entre les couches de différentes altitudes (période nocturne et hivernale) et inversement des périodes où ces gradients sont faibles (période de plus fortes températures notamment l'été). Durant les périodes de faibles températures, qui correspondent à une atmosphère stable, se forment des couches d'air stables à l'origine des turbulences que rencontrent les pâles des éoliennes qui les traversent. Exposées à des vitesses différentes avec l'élévation, elles sont soumises à un stress qui peut en causer l'usure prématurée. A contrario, durant les heures chaudes de la journée, la chaleur absorbée par le sol provoque un réchauffement de l'air au-dessus de ce dernier et des courants d'air ascendants. Le brassage de l'air, correspondant à des conditions atmosphériques instables, est associé à une augmentation faible de la vitesse du vent avec l'altitude. Utiliser un coefficient moyen pour estimer la production durant les heures chaudes ou durant l'été, par exemple, au moment où les besoins en climatisation sont les plus élevés sur l'Ile peut aboutir, à une surestimation de la production éolienne estimée à l'altitude du rotor. Le brassage de l'air introduit par les conditions atmosphériques instables correspond à des périodes où les coefficients d'extrapolation sont plus faibles.

De nombreux travaux se sont attachés à démontrer la variabilité saisonnières et diurnales des coefficients d'extrapolation. Farrugia (2003) a calculé les coefficients d'extrapolation sur

un site proche de la côte sur l'île de Malte sur une base mensuelle et horaire à partir des mesures de vitesses de vent prises à deux altitudes différentes, respectivement 10 et 25m. Farrugia (2003) observe une diminution du coefficient durant les mois chauds associés à des conditions atmosphériques dominantes instables. Le lien entre la valeur du coefficient d'extrapolation verticale et la température est corroboré par l'étude de la variabilité diurne du coefficient. Aux plus fortes températures de la journée soit entre 08h00 et 16h00, le coefficient α prend ses valeurs les plus faibles. Le phénomène est due aux conditions atmosphériques instables qui apparaissent aux heures les plus chaudes quand la chaleur absorbée par le sol provoque un réchauffement de l'air et des courants d'air ascendants. Ce phénomène est particulièrement présent sur l'île de la Réunion comme en témoigne l'importance des brises thermiques sur les stations de mesures situées proche du littoral. Rehman et al. (2005) confirme les résultats obtenus par Farrugia (2003) en calculant les valeurs des coefficients d'interpolation verticale pour le site d'Arar en Arabie Saoudite à partir de mesures réalisées à trois altitudes au-dessus du niveau du sol, respectivement 20, 30 et 40 m. Les résultats confirment l'hypothèse de Farrugia selon laquelle durant les mois chauds, les conditions atmosphériques instables conduisent à des valeurs du coefficient α plus faibles que durant les mois d'hiver. Les valeurs du coefficient α présentent également une importante variabilité diurne et sont minimales pour les heures les plus chaudes entre 09h00 et 18h00. Firtin et al. (2011), étudie à partir de mesures effectuées à sur un site de la région du Balikesir en Turquie à trois altitudes au-dessus du niveau du sol, respectivement 10, 30 et 50 m, la variabilité de la valeur du coefficient α en fonction de la température et de la pression. Les conclusions des études précédemment citées sont confirmées et les coefficients α apparaissent à la fois plus faibles durant les mois les plus chauds de l'année et les heures les plus chaudes de la journée. A nouveau la variabilité diurne est expliquée par le cycle de réchauffement et refroidissement du sol et la stabilité des conditions atmosphériques.

Smith et al. (2002) ont étudié la variabilité des coefficients d'extrapolation calculés entre deux paires d'altitudes pour un même site respectivement 10 et 40 m et 40 et 80 m. Le coefficient moyen est bien identique et caractérise le site. Néanmoins, les distributions des coefficients, calculés sur la base d'un pas de 10 minutes, diffèrent fortement. La distribution des coefficients calculés entre les paires d'altitude élevées (40 et 80 m) est bien plus étalée, reflétant des valeurs davantage dispersées autour de la moyenne. Les cycles diurnaux précédemment évoqués sont davantage prononcés lorsque le profil diurnal des moyennes horaires des coefficients α est établi. Ces phénomènes de variation diurnale et saisonnière des coefficients d'extrapolation sont donc de plus en plus présents avec l'altitude croissante.

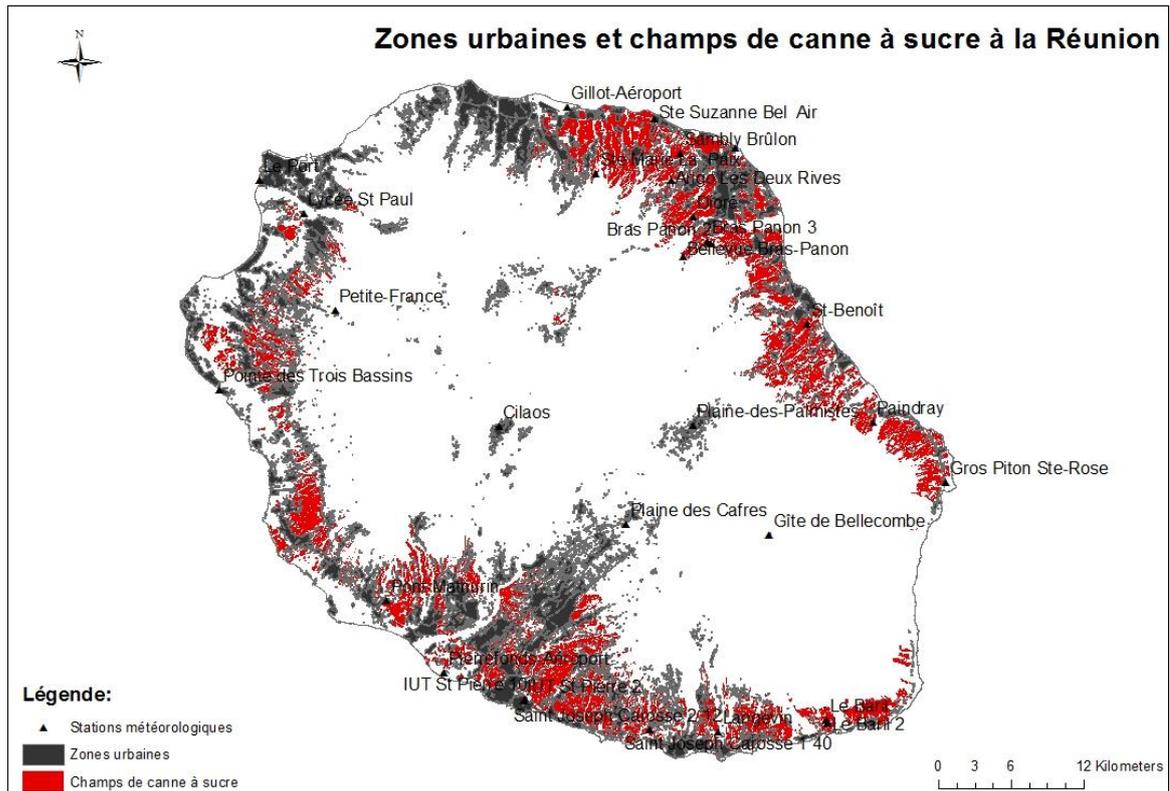
Deux autres limitations ont mises en évidence Firtin et al. (2011) et Farrugia (2003). La topographie environnante a un rôle sur le profil vertical des vitesses du vent comme l'a illustré Firtin et al. (2011) en procédant à une l'étude directionnelle des coefficients d'extrapolation dans un environnement complexe. De même, la variabilité saisonnière de la rugosité des arbres ou des champs de culture selon les périodes de récolte, de coupe ou de la perte des feuillages modifie le profil vertical de la vitesse du vent comme l'a mis en évidence Farrugia (2003). Ce phénomène peut être particulièrement important sur l'île de la Réunion où les périodes de pousses et de coupes de la canne peuvent introduire une variabilité saisonnière importante des coefficients d'extrapolation.

Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour le coefficient de rugosité z_0 de la loi logarithmique décrite à l'Eq.(28) et correspondant à des conditions atmosphériques neutres.

1.4.4. Méthodologie de création des couches SIG des paramètres d'extrapolation

Les profils verticaux de vent sont fonction du type d'obstacle présent au sol ou rugosité. La rugosité est exprimée selon la loi usitée par le coefficient α ou z_0 . Afin de constituer ces couches de paramètres de rugosité sur l'Ile différents types d'information sur la rugosité de la surface du territoire de la Réunion ont été compilés. Des couches géolocalisées d'information ont été constituées sous la forme de grilles pixelisées (raster) par le biais du logiciel géographique ArcGis afin de synthétiser l'information sur la répartition spatiale des obstacles présents à la surface du territoire de la Réunion.

Une information sur la répartition géographique des zones urbaines a été fournie par la Direction de l'Environnement, de l'Aménagement et du Logement (DEAL). La tâche urbaine de la DEAL renseigne la présence de bâtiments sur le territoire de l'Ile. Une information sur le type d'affectation des parcelles agricoles de la Réunion a été fournie par la direction de l'Alimentation, de l'Agriculture et de la Forêt(DAAF). La Base d'Occupation des Sols (BOS) de la DAAF représente le type de culture (ananas, canne à sucre, légumes...) affecté à chaque parcelle agricole de l'Ile. Enfin, une information sur la topographie (altimétrie) de la Réunion et l'altitude des obstacles présents au sol ont été fournies respectivement par le Modèle Numérique de Terrain (MNT) et le Modèle Numérique d'Élévation (MNE) de l'Institut Géographique National(IGN). Le raster (ou grille de pixels) décrivant la topographie de l'Ile est le fruit d'une fusion entre le MNTR_Coeur de l'Ile décrivant l'altimétrie du territoire à l'exception de la bande littorale et la Litto3D qui décrit la topographie de la zone littorale et permet de faire la liaison entre l'altimétrie et la bathymétrie. Le MNT ne prend pas en compte les objets présents à la surface du terrain tels que les plantes ou les bâtiments au contraire du MNE. La description des obstacles présents au sol sur la Réunion a été obtenue selon plusieurs étapes. Dans un premier temps, les valeurs du MNT ont été soustraites des valeurs du MNE afin d'isoler la hauteur des obstacles sur la surface de la Réunion. Les valeurs incohérentes (supérieures à 30 mètres) ont été remplacées par la valeur égale à 50 cm et correspondant à la valeur la plus fréquente. Les valeurs obtenues ont été moyennées sur une surface carrée de $9m^2$ afin d'obtenir au sein d'un premier raster des surfaces de rugosité homogènes décrivant de manière adéquate l'environnement immédiat du pixel. L'information sur la rugosité a été croisée lors de la création d'un second raster avec l'information sur l'occupation des sols fournie par la tâche urbaine de la DEAL et la base de l'occupation du sol agricole 2012 de la DAAF. Le second raster a été créé afin d'évaluer dans quelle mesure l'information relative aux Ilots urbains et à l'occupation des sols agricoles permet d'améliorer les résultats. La Figure 38 illustre les éléments de rugosité constitué par l'habitat et l'infrastructure présente à l'Ile de la Réunion. Les champs de canne à sucre sont également illustrés sur la Figure 38. L'ensemble des travaux a été réalisé par le biais du logiciel géographique ArcGis.



Source: DEAL, DAAF

Figure 38: Rugosité: tâche urbaine et champs de canne à sucre à l'Ile de la Réunion

Les couches géolocalisées d'information constituées sous la forme de grilles pixelisées (raster) fournissent une information sur la répartition spatiale des obstacles présents à la surface du territoire de la Réunion. L'information géolocalisée a été reliée aux résultats des études empiriques qui ont permis d'établir les coefficients d'extrapolation α ou z_0 pour chaque typologie de terrains. Les valeurs du coefficient d'extrapolation α et z_0 utilisés pour la loi de puissance et pour la loi logarithmique au sein de cette thèse sont tirées respectivement de Bechrakis et al. (2000) et Manwell (2009). Ces valeurs du coefficient d'extrapolation α et z_0 ont été présentées respectivement au Tableau 14 et au Tableau 15. La constitution des couches géolocalisées de coefficients d'extrapolation α et z_0 a été réalisée suivant plusieurs étapes. En premier lieu, la rugosité identifiée par le biais de la soustraction du MNE et du MNT a été traduite selon les résultats empiriques de de Bechrakis et al. (2000) et Manwell (2009) à partir des plages d'altitudes décrites à la colonne de droite du Tableau 16 et du Tableau 17. Les plages de hauteur des zones urbaines correspondent aux plages de hauteur des cases créoles présentes sur la Réunion. La catégorie des zones urbaines et hauts bâtiments décrites dans la littérature ne correspond pas au type d'urbanisme rencontré à la Réunion et a donc été écarté pour privilégier un coefficient unique pour l'ensemble des zones urbaines identifiées sur le territoire de la Réunion. Deux couches géolocalisées de coefficient d'extrapolation sont obtenues afin de décrire la répartition géographique du coefficient α pour la loi de puissance et de la hauteur de rugosité z_0 pour la loi logarithmique. Elles sont associées à l'appellation raster 1.

Tableau 16: Plages d'altitudes pour les pour divers types de terrains et les coefficients d'extrapolation α , Source: Bechrakis et al. (2000)

Type de terrain	Coefficient d'extrapolation α	Altitude H (en m)

Eau : Océans, Mers, Lacs	0.1	<0.2
Terrains découverts avec surfaces nues : Béton, pistes d'atterrissage, gazon tondu, etc..		
Terrains agricoles découverts, herbes courtes	0.14	<0.35
Herbes hautes, arbre occasionnel	0.16	<0.60
Cultures hautes et quelques arbres	0.20	2
Nombreux arbres et bâtiments occasionnels	0.22 – 0.24	3.5
Forêt, Villages et Zones urbaines périphériques	0.28 – 0.30	>3.5
Zones urbaines et hauts bâtiments	0.4	Abs

Tableau 17: Plages d'altitudes pour les pour divers types de terrains et les coefficients d'extrapolation z_0 , Source: Manwell et al.(2003)

Type de terrain	Coefficient d'extrapolation z_0	Altitude H (en m)
Eau : Océans, Mers, Lacs	0.00001 – 0.0005	Abs
Terrains avec surfaces nues : Béton, pistes d'atterrissage, gazon tondu, etc..	0.003	0.2
Terrains agricoles découverts, herbes courtes	0.008	0.35
Herbes hautes	0.01	0.60
Terrain en jachère	0.03	0.80
Cultures	0.05	1.25
Quelques arbres	0.1	2
Arbres nombreux, quelques bâtiments	0.25	3.5
Forêts	0.5	5.5
Zones urbaines périphériques	1.5	>5.5
Centres urbains et hauts bâtiments	3	Abs

Dans un second temps, l'information sur le type d'affectation (ananas, canne, pâturage, légumes...) des parcelles agricoles de la Réunion fournie la Base d'Occupation des Sols (BOS) de la DAAF a été rapprochée des plages d'altitudes fixées au Tableau 16 et au Tableau 17. La description du type de culture (ananas, canne, pâturage, légumes...) a ainsi été traduite à partir des résultats empiriques de de Bechrakis et al. (2000) et Manwell (2009) et les valeurs des coefficients d'extrapolation α et z_0 correspondantes ont été associées selon la typologie décrite décrit au.

Tableau 18: Coefficients d'extrapolation α et z_0 pour chaque type de cultures agricoles à la Réunion

Type de culture	Coefficient d'extrapolation α	Coefficient d'extrapolation z_0

Geranium, Prairie, Aromat, Fourrage , Fleur, Elevage, Ensilage, Curcuma	0.14 (Terrains agricoles découverts, herbes courtes)	0.008 (Terrains agricoles découverts, herbes courtes)
Légumes, Ananas, Piment, Gingembre, Vetiver, Vigne	0.16 (Herbes hautes, arbre occasionnel)	0.08 (Herbes hautes)
Verger , Fruit, Vanille, Palmiste, Maïs, Litchi, Coco, Mangue	0.20 (Cultures hautes et quelques arbres)	0.1 (Quelques arbres) Palmiste (0.05, Terrain en Cultures : H<0,8)
Canne à sucre, Banane	0.22 – 0.24 (Nombreux arbres et bâtiments occasionnels)	0.25 (Arbres nombreux, quelques bâtiments)

A l'étape suivante, l'information sur la répartition géographique des zones urbaines fournie par la Direction de l'Environnement, de l'Aménagement et du Logement (DEAL) a été rapprochée des valeurs des coefficients d'extrapolation α et z_0 issues des résultats empiriques de de Bechrakis et al. (2000) et Manwell (2009) décrits précédemment au au Tableau 16 et au Tableau 17. Une valeur unique pour chaque couche de paramètre ($\alpha_{urba} = 0.29$ et $z_{0_{urba}} = 1.5$) a été associée à tous les espaces identifiés par la tâche urbaine de la DEAL afin de caractériser le profil vertical du vent en milieu urbain à la Réunion. Les données issues de la base d'occupation des sols agricoles et de la tache urbaine ont été privilégiées au sein de deux couches géolocalisées de coefficient d'extrapolation α et z_0 supplémentaires associées à l'appellation raster 2. Sur les espaces non agricole ou situés hors des zones urbaines, l'information sur les coefficients d'extrapolation α et z_0 provenant du raster 1 a été reprise au sein du raster 2 afin de compléter la surface du territoire de la Réunion. La répartition spatiale du coefficient d'extrapolation α associé au raster 2 est illustré à la Figure 39. Les coefficients d'extrapolation α et z_0 évalués au point des sites des stations météorologiques sont reportés pour les rasters 1 et 2 au Tableau 19.

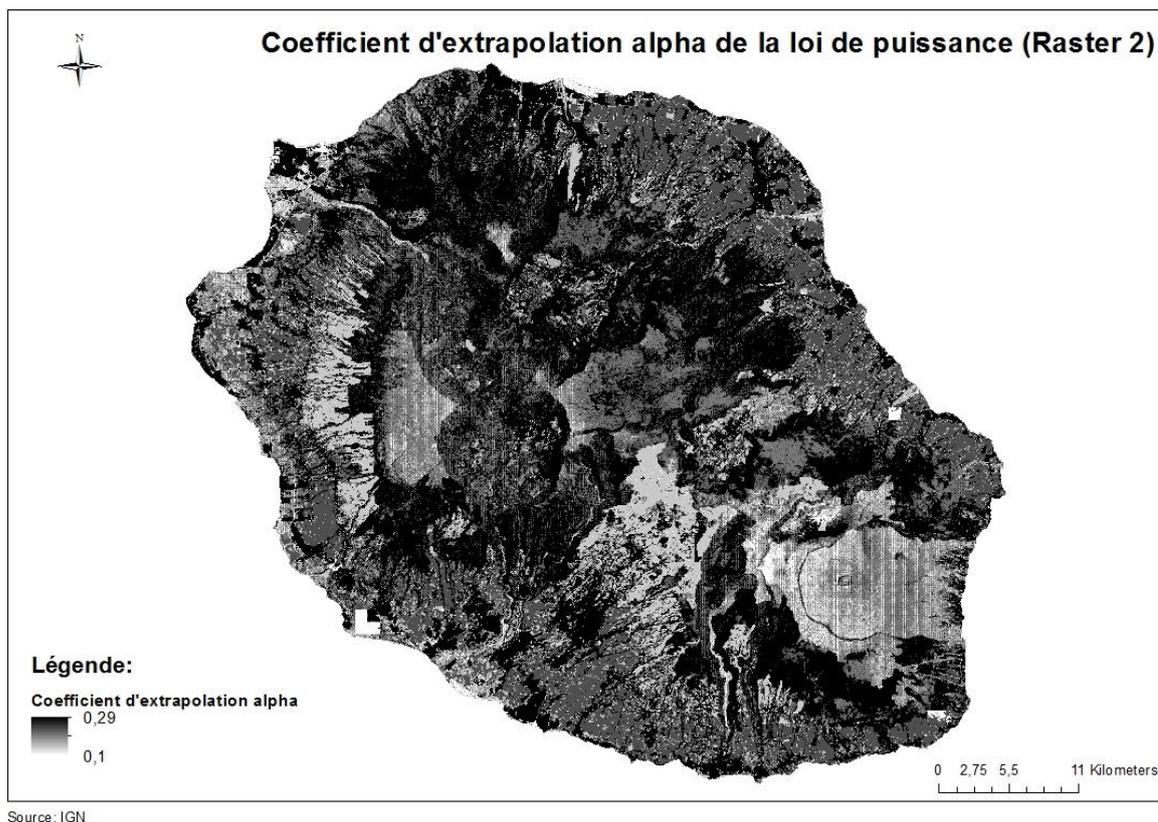


Figure 39: Répartition spatiale du coefficient d'extrapolation α de la loi de puissance pour le raster 2

Tableau 19 : Paramètres de rugosités pour les stations météorologiques de l'île de la Réunion

Station Météorologique	Coefficient d'extrapolation			
	Loi de puissance		Loi logarithmique	
	Raster 1	Raster 2	Raster 1	Raster 2
Paindrey	.16	.23	.01	.25
IUT Station université	.16	.16	.01	.01
Bellevue Bras-Panon	.1	.1	.003	.003
Pont-Mathurin	.2	.2	.03	.1
Plaine-des-Palmistes	.23	.29	.5	1.5
Le Port	.14	.2	.008	.05
St-Benoît	.1	.23	.003	.25
Petite-France	.16	.16	.01	.01
Pointe des Trois Bassins	.23	.29	.5	1.5
Pierrefonds-Aéroport	.1	.1	.003	.003
Le Baril	.23	.23	.5	.25
Gillot-Aéroport	.1	.1	.003	.003
Gros Piton Ste-Rose	.23	.23	.5	.5
Gîte de Bellecombe	.2	.2	.1	.1
Plaine des Cafres	.14	.2	.008	.05
Cilaos	.16	.29	.01	1.5
Le Baril 2	.2	.23	.1	.25

Bel Air	.2	.29	.03	1.5
Dioré	.2	.23	.05	.25
Langevin	.2	.2	.1	.05
Sambly	.1	.23	.003	.25
Ste Marie la Paix	.16	.2	.01	.03
St Paul	.16	.16	.01	.01
IUT 2 (campagne 2003)	.23	.23	.5	.25
Ango	.1	.1	.003	.003
Bras Panon 2	.14	.14	.008	.008
Carosse St Joseph	.23	.23	.5	.25
Le Colosse St André	.14	.23	.008	.25
Bras Panon 3	.14	.23	.008	.25
Carosse St Joseph 2	.1	.1	.003	.003

1.5: Estimation spatiale

La surface d'un territoire, même celle sur laquelle le plus grand intérêt se porte, est de fait échantillonnée par la présence de stations météorologiques éparses et opérationnelles pour une période de temps finie. Comme on peut l'observer sur la Figure 38, l'échantillonnage sur le territoire de la Réunion n'est pas homogène. La configuration et le nombre de stations exploitables (16) indique combien la couverture de la surface globale est parcellaire. D'une façon générale, il est très fortement probable que l'information sur le comportement du vent vienne à manquer aux localisations identifiées comme étant favorables à l'implantation d'éoliennes. La méthode géo-statistique appelée Krigeage est la plus répandue dans la littérature (Cellura et al., 2008; Luo et al., 2008) pour prédire la ressource dans ces zones non observées. D'autres méthodes « classiques » comme les méthodes déterministes i.e la Pondération Inverse à la Distance ou les polygones de Voronoi sont aussi largement utilisés (Cellura et al., 2008; Luo et al., 2008). Au sein de travaux récents (Barbounis and Theocharis, 2007; Cellura et al., 2008; Chen et al., 2002), des modèles de calculs utilisant l'intelligence computationnelle comme les réseaux de neurones artificiels ont été introduites afin caractériser la variabilité spatiale de la vitesse du vent.

La méthodologie d'estimation spatiale est encore à ce stade en voie d'élaboration.

1.6: Quantification du coût de production moyen unitaire et évaluation des politiques publiques

1.6.1. Quantification de la production

L'électricité produite par une éolienne installée sur un site d'intérêt, identifié à la section 1.1., dépend du gisement éolien, évalué selon les méthodes exposées aux sections 1.3: à 1.5:, et de la technologie de l'aérogénérateur. L'énergie éolienne disponible sur un site d'intérêt provient de l'énergie cinétique contenue dans le déplacement des masses d'air. L'énergie éolienne disponible exprimée en W.s est donc une fonction de la vitesse v du vent exprimée en $m.s^{-1}$ et de la masse de l'air M_{air} exprimée en kg comme décrit à l'Eq.(29).

$$E_c(v) = \frac{1}{2} M_{air} v^2 \quad [W.s] \quad (29)$$

Avec $M_{air} = \rho_{air} V$ où ρ_{air} est la masse volumique de l'air exprimée en $kg.m^{-3}$ et V est le volume d'air déplacé en m^3 . En considérant que le vent traverse une surface S exprimée en m^2 pendant un temps t exprimé en seconde, le volume d'air exprimé en correspondant est égale à $m^3 S v t$ comme l'illustre la Figure 40.

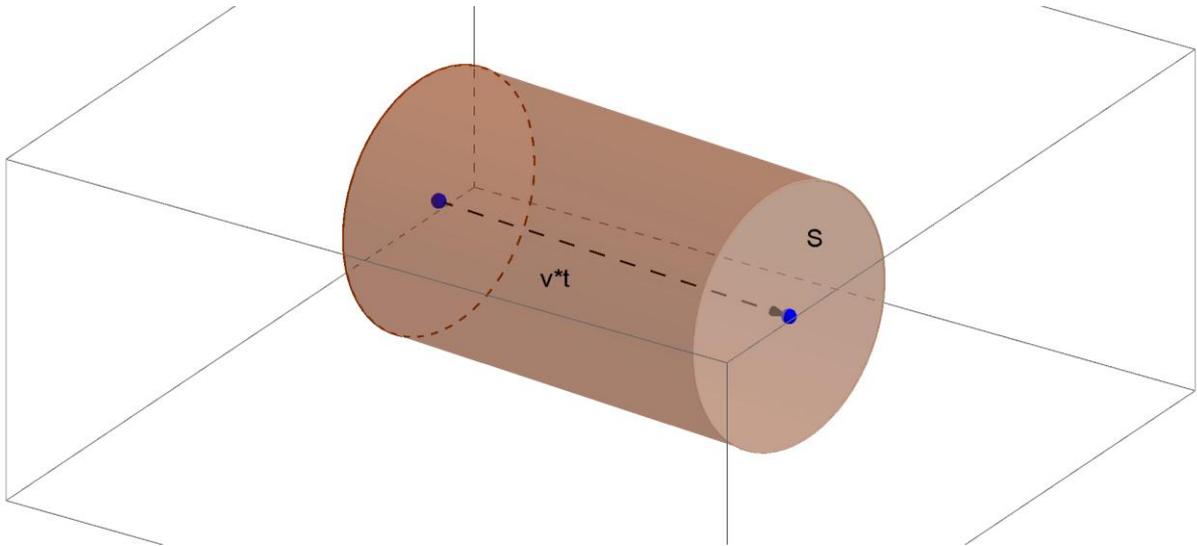


Figure 40: Volume d'air traversé par une masse d'air de vitesse v traversant une surface S pendant un temps t

L'énergie éolienne disponible provenant d'une masse d'air traversant la surface d'un rotor de surface S pendant un temps t à une vitesse v est décrite à l'Eq.(30).

$$E_c = \frac{1}{2} S \rho_{air} v^3 t \quad [W.s] \quad (30)$$

Les correspondances en terme de puissance éolienne disponible exprimée en W ainsi que de puissance éolienne disponible par unité de surface, également appelée densité de puissance disponible et exprimée en $W.m^{-2}$, sont décrites respectivement à l'Eq.(31) et à l'Eq.(32).

$$P_d = \frac{E_c(v)}{t} = \frac{1}{2} S \rho_{air} v^3 \quad [W] \quad (31)$$

$$D_d = \frac{P_d(v)}{S} = \frac{1}{2} \rho_{air} v^3 \quad [W.m^{-2}] \quad (32)$$

La distribution de la densité de puissance disponible met en relation les vitesses de vent v avec leur probabilité d'occurrence ajusté du facteur $D_d(v)$ comme le décrit l'Eq.(33).

$$g(v) = D_d(v)f_{v;emp}(v) = \frac{1}{2} \rho_{air} v^3 f_{v;emp}(v) \quad [W.m^{-2}] \quad (33)$$

La distribution de la densité de puissance disponible pour la station météorologique de Pierrefonds en 2010 à 10 m est illustrée à la Figure 41 pour une masse volumique moyenne annuelle de l'air ρ_{air} évaluée à $1.193kg.m^{-3}$ au niveau de la mer (Scite International, 2002).

Distribution de la densité de puissance disponible pour Pierrefonds en 2010

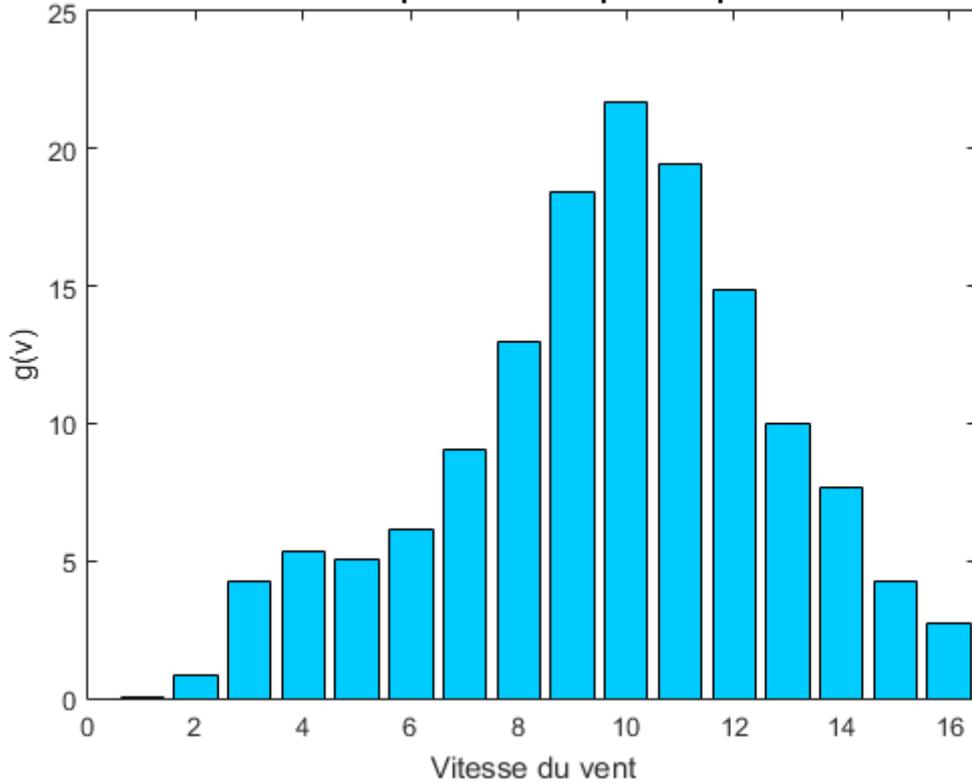


Figure 41: Distribution de la densité de puissance disponible pour la station météorologique de Pierrefonds en 2010

La part de l'énergie éolienne transformée en énergie électrique par une éolienne ou énergie éolienne récupérable varie selon les modèles et les types de technologies. Pour chaque technologie, une courbe correspondant au rapport entre la puissance électrique produite par l'éolienne et la puissance instantanée disponible pour chaque gamme de vitesse est établie. Ce rapport autrement appelé coefficient de puissance C_p connaît une limite théorique supérieure appelée limite de Betz égale à $\frac{16}{27} \approx 0,593$. La puissance électrique maximale d'une éolienne de surface de captation S exposée à l'écoulement perpendiculaire de l'air de vitesse v est décrite à l'Eq.(34).

$$P_{max} = \frac{16}{27} P_d(v) = \frac{8}{27} S \rho_{air} v^3 \quad [W] \quad (34)$$

Indépendamment du choix portant sur le type de technologie d'aérogénérateur, la densité de puissance maximale peut donc être établie et est décrite à l'Eq.(35).

$$D_{max} = \frac{16}{27} D_a(v) = \frac{8}{27} \rho_{air} v^3 \quad [W.m^{-2}] \quad (35)$$

Cette limite n'est jamais atteinte en pratique et les meilleures machines se situent dans le meilleur de cas à environ 70-80% de la limite de Betz. La puissance produite par une éolienne pour un vent v dépend de son coefficient de puissance Cp et est décrite à l'Eq.(36).

$$P_{Eol} = Cp(v)P_d(v) = Cp(v) \frac{1}{2} S \rho_{air} v^3 \quad [W] \quad (36)$$

Les courbes de puissance électrique produite par les modèles d'éoliennes en compétition à la Réunion pour une masse volumique moyenne annuelle de l'air ρ_{air} de $1.193kg.m^{-3}$ sont illustrées à la Figure 42. Les éoliennes en service au sein des parcs éoliens à la Réunion possèdent la technologie Vergnet GEV MP d'une puissance nominale de 275kW comme l'illustre la Figure 42. Les parcs éoliens les plus récemment installés dans la zone des Mascareignes ont été implantés à l'Île Maurice et bénéficient d'une technologie Gamesa G58-850kW plus puissante que la technologie Vergnet GEV MP. Il est envisagé d'installer des éoliennes de 1MW dans la zone des Mascareignes à l'avenir. La technologie Vergnet GEV HP, illustré par sa courbe de puissance à la Figure 42 fait partie de cette gamme de technologie.

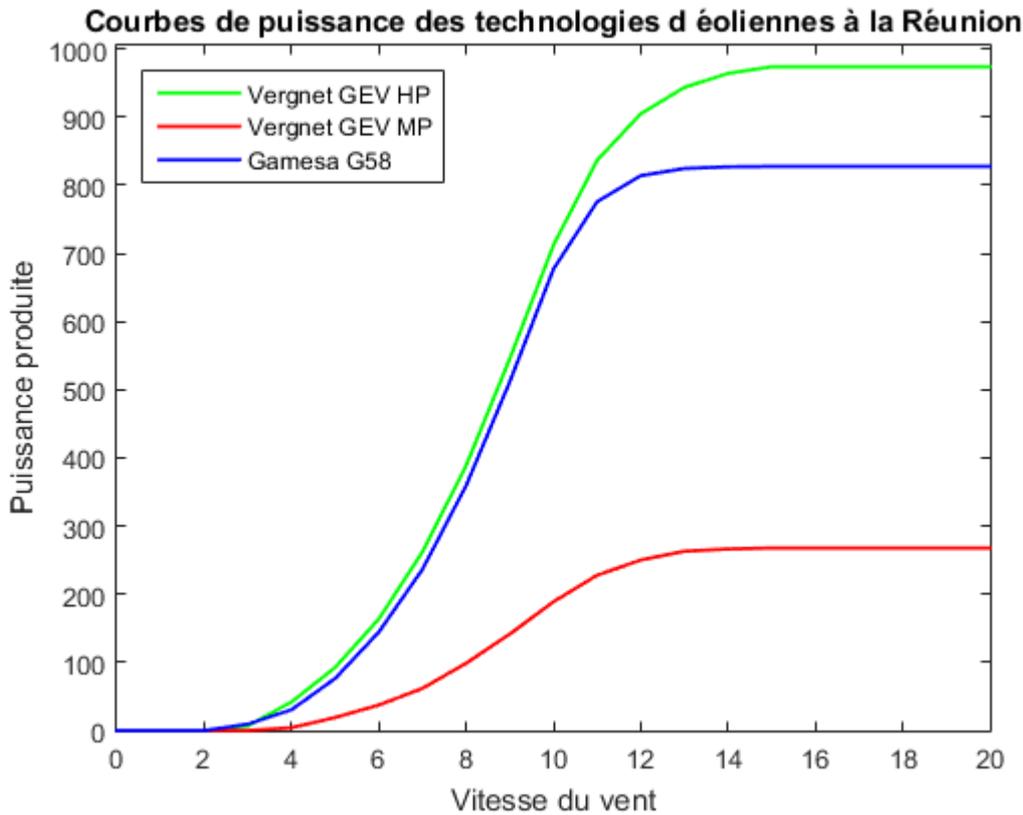


Figure 42: Courbes de puissance des modèles d'éoliennes en compétition à la Réunion pour une masse volumique moyenne annuelle de l'air de $1.193kg.m^{-3}$

La distribution de la puissance électrique produite met en relation les vitesses de vent v avec leur probabilité d'occurrence ajusté du facteur P_{Eol} comme le décrit l'Eq.(37).

$$h(v) = P_{Eol}f_{V,emp}(v) = Cp(v) \frac{1}{2} S \rho_{air} v^3 f_{V,emp}(v) \quad [W] \quad (37)$$

La distribution de la puissance électrique produite pour le site de la station météorologique

de Pierrefonds en 2010 et pour une masse volumique moyenne annuelle de l'air ρ_{air} de 1.193 kg.m^{-3} est illustrée pour la technologie Gamesa G58 et pour la technologie Vergnet GEV MP respectivement à la Figure 43 et à la Figure 44. La technologie Gamesa G58 possède un rotor situé à 70 m d'altitude et la technologie Vergnet un rotor situé à 60 m d'altitude. La loi de puissance a été utilisée pour l'extrapolation verticale des vitesses de vent pour la Figure 43 et à la Figure 44. L'échelle de ces deux figures est fixée en kW.

Distribution de la puissance produite la technologie Gamesa G58 pour Pierrefonds en 2010

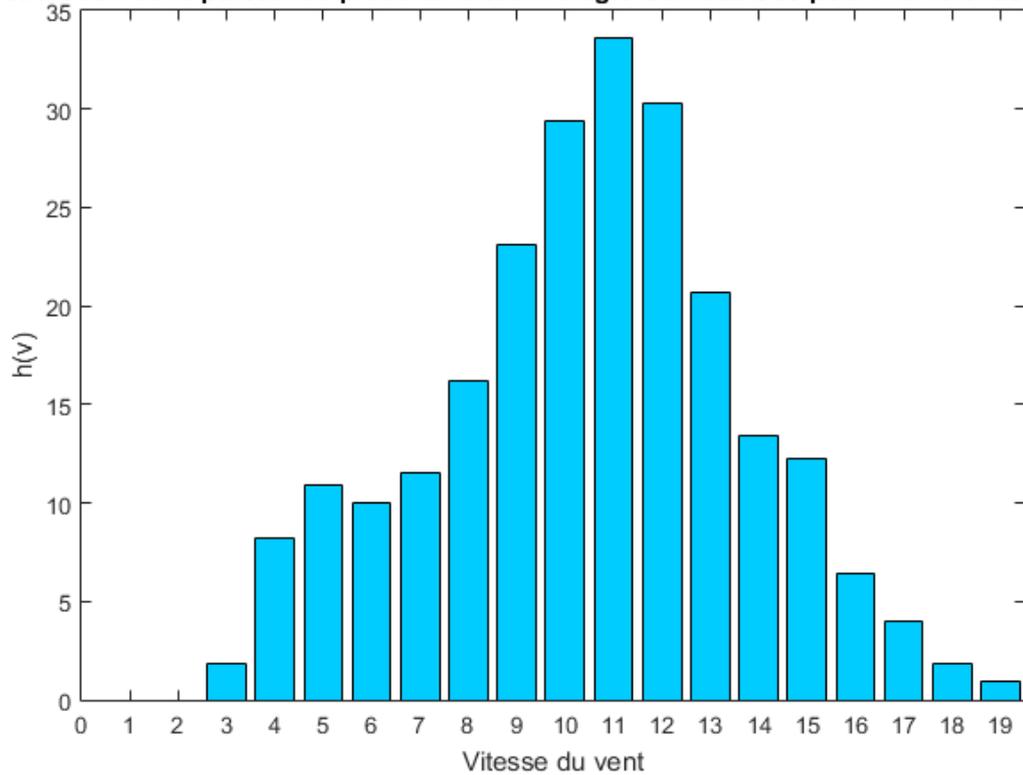


Figure 43: Distribution de la puissance électrique produite pour la station météorologique de Pierrefonds en 2010 et pour une masse volumique moyenne annuelle de l'air évaluée à 1.193 kg.m^{-3} est illustrée pour la technologie Gamesa G58

Distribution de la puissance produite par la technologie Vergnet GEV-MP pour Pierrefonds en 2010

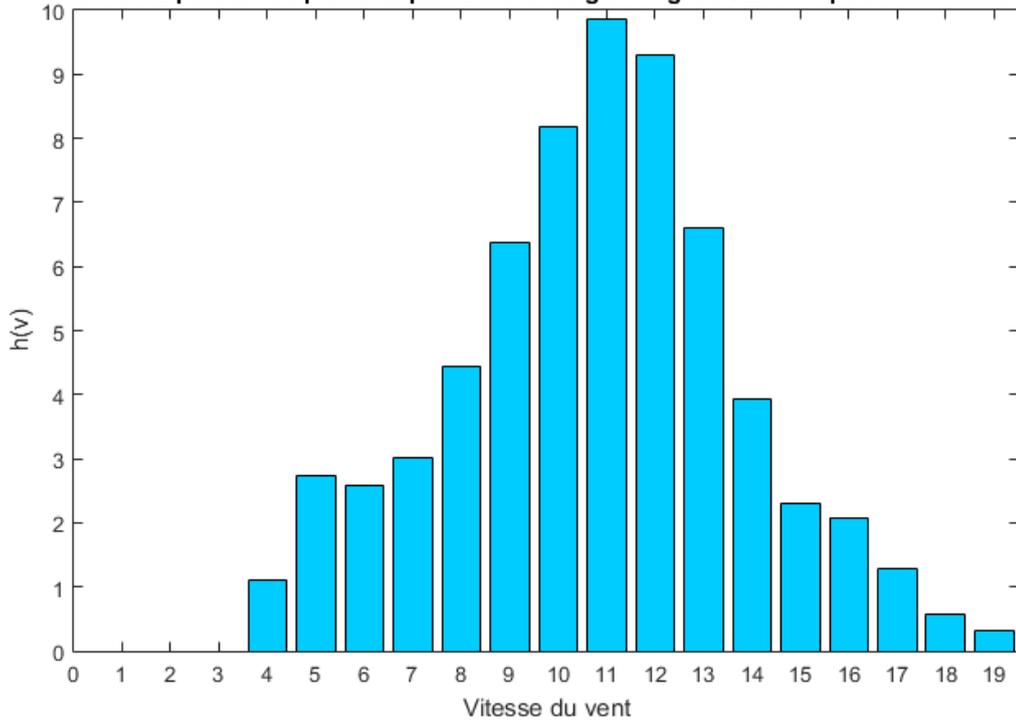


Figure 44: Distribution de la puissance électrique produite pour la station météorologique de Pierrefonds en 2010 et pour une masse volumique moyenne annuelle de l'air évaluée à 1.193kg. kg.m⁻³ est illustrée pour la technologie Vergnet GEV MP

Afin de quantifier la puissance électrique produite espérée, la puissance éolienne récupérable est calculée en intégrant la puissance produite pour une technologie de coefficient de puissance Cp sur l'ensemble de la gamme des vitesses sur laquelle l'éolienne est en opération. La puissance éolienne récupérable est décrite à l'Eq.(38).

$$\bar{P}_{Eol} = \int_{v_{démarrage}}^{v_{arrêt}} P_{Eol} f_v(v; \hat{\theta}_{v,MLE}) dv \quad [W] \quad (38)$$

Où $v_{démarrage}$ est la vitesse de démarrage de l'éolienne et $v_{arrêt}$ est la vitesse d'arrêt de l'éolienne. La puissance éolienne récupérable par la technologie Gamesa G58 et la technologie Vergnet GEV MP pour le site de la station météorologique de Pierrefonds en 2010 sont présentés au Tableau 20.

Tableau 20: Evaluation du productible électrique pour la technologie Gamesa G58 et la technologie Vergnet GEV HP pour le site de la station météorologique de Pierrefonds en 2010

Modèle	Puissance électrique produite espérée (kW)	Taux d'utilisation espéré	Nombre d'équivalent puissance (h)	d'heures pleine	Production d'électricité annuelle espérée (MWh)
Gamesa G58	203.08	0.245	2149.1		1779.1
Vergnet GEV MP	56.05	0.209	1833.5		491.0

Le taux d'utilisation espéré de l'éolienne également appelé facteur de charge est calculé en faisant le rapport entre la puissance éolienne récupérable et la puissance nominale de l'éolienne. Le taux d'utilisation espéré de l'éolienne est décrit à l'Eq.(39).

$$T_u = \frac{\bar{P}_{Eol}}{P_N} = \frac{\int_{v_{démarrage}}^{v_{arrêt}} Cp(v) v^3 f_v(v; \hat{\theta}_{v,MLE}) dv}{Cp(v_N) v_N^3} \quad (39)$$

Où la puissance nominale P_N est produite par l'éolienne pour la vitesse nominale v_N qui correspond à la vitesse d'arrêt $v_{arrêt}$ de l'éolienne. Les taux d'utilisation espérés d'une éolienne de technologie Gamesa G58 et d'une éolienne de technologie Vergnet GEV MP pour le site de la station météorologique de Pierrefonds en 2010 sont présentés au Tableau 20. Le nombre d'heures d'équivalent pleine puissance est évalué en multipliant le taux d'utilisation par le nombre d'heures comprises dans une année comme le décrit l'Eq.(40).

$$H_{epp} = T_u * 8760 \quad [h] \quad (40)$$

Le nombre d'heures d'équivalent pleine puissance d'une éolienne de technologie Gamesa G58 et d'une éolienne de technologie Vergnet GEV MP pour le site de la station météorologique de Pierrefonds en 2010 sont présentés au Tableau 20. La production d'électricité annuelle espérée appelée énergie éolienne récupérable exprimée en Wh est estimée de la même manière en multipliant la puissance éolienne récupérable par le nombre d'heures comprises dans une année. La production d'électricité annuelle espérée est exprimée en Wh et est décrite à l'Eq.(41). La production d'électricité annuelle espérée d'une éolienne de technologie Gamesa G58 et d'une éolienne de technologie Vergnet GEV MP pour le site de la station météorologique de Pierrefonds en 2010 sont présentés au Tableau 20.

$$\pi_{Eol} = 8760 \int_{v_{démarrage}}^{v_{arrêt}} \frac{1}{2} Cp(v) S \rho_{air} v^3 f_v(v; \hat{\theta}_{v,MLE}) dv \quad [Wh] \quad (41)$$

1.6.2. Calcul du coût unitaire espéré du kWh

Le coût de production de l'électricité éolienne varie en fonction de la production d'électricité annuelle espérée, des coûts d'investissement qui varient en fonction des technologies ainsi que des coûts d'opération, de maintenance et d'assurance en vigueur dans le contexte de la Réunion. Le coût unitaire annuel espéré est décrit à l'Eq.(42).

$$c \pi_{Eol} = aIP + H^p P \quad [€] \quad (42)$$

où c correspond au coût unitaire annuel espéré exprimé en euros ($€ \cdot kWh^{-1}$), π_{Eol} correspond à la production d'électricité annuelle espérée exprimée kWh et décrite à l'Eq.(41), P correspond à la puissance de l'éolienne installée exprimé en kW, I correspond au coût d'investissement par unité de puissance installée exprimé en $€ \cdot kW^{-1}$, H^p correspond au coût annuel d'opération, de maintenance et d'assurance par unité de puissance installée exprimé en $€ \cdot kW^{-1} \cdot an^{-1}$ et a correspond au coefficient d'annuitization de l'investissement donné par l'Eq.(43).

$$a = \frac{r}{1 - (1 + r)^{-N}} \quad (43)$$

Où r correspond au taux d'intérêt. La valeur de chaque poste de coûts est détaillé pour la technologie Gamesa G58 et la technologie Vergnet GEV MP au Tableau 21.

Tableau 21: Détail des coûts pour la technologie Gamesa G58 et la technologie Vergnet GEV HP

Modèle	Gamesa G58	Vergnet GEV MP
--------	------------	----------------

Coût d'investissement I (€.kW ⁻¹)	1.7647e+03 ¹⁴	1.8498e+03 ¹⁵
Opération et maintenance (€.kW ⁻¹ .an ⁻¹)	14.39 ¹⁶	14.39 ¹⁷
Assurance (€.kW ⁻¹ .an ⁻¹)	8.08 ¹⁸	8.08 ¹⁹
Loyer Terrain (€.kW ⁻¹ .an ⁻¹)	8.06 ²⁰	8.06 ²¹

Les coûts d'investissement ont été calculés à partir des coûts d'investissements du parc de 23 éoliennes de technologie Vergnet GEV MP situé à Sainte-Rose et à partir des coûts d'investissements du parc de 10 éoliennes de technologie Gamesa en projet à l'Ile Maurice. Les coûts d'opération et de maintenance, d'assurance et de loyer du terrain ont été calculés à partir des coûts des centrales éoliennes en opération à la Réunion. Les coûts unitaires annuels espérés d'une éolienne de type Vergnet GEV MP et d'une éolienne de type Gamesa installées sur le site de la station météorologiques ont été calculé à partir l'Eq.(42), de la production annuelle espérée du Tableau 20 et des données sur les coûts du Tableau 21. Ils sont présentés au Tableau 22. La durée d'opération d'une éolienne de technologie Gamesa G58 et d'une éolienne de technologie Vergnet GEV MP sont estimés à 20 ans (Commission de Régulation de l'Energie, 2014). Le taux d'actualisation a été fixé à 10%, hypothèse centrale au sein des rapports de la Commission de Régulation de l'Energie (2014) et du Syndicat des Energies Renouvelables (2014).

Tableau 22: Coût unitaire annuel espéré pour le site de la station météorologique de Pierrefonds

	Gamesa G58	Vergnet GEV MP
Coût unitaire annuel espéré (€.kWh ⁻¹)	0.1136	0.1262

1.6.3. Evaluation des politiques publiques de soutien à la production d'électricité éolienne

L'investissement dans des capacités éoliennes est favorisée à la Réunion par la politique de tarif de rachat de l'électricité éolienne en vigueur dans les départements s'outre-mer. Mis en place depuis 2000 par l'état français, les contrats d'obligation d'achats de long terme impliquent qu'EDF achète l'électricité produite par les éoliennes à un tarif fixé par arrêté. Deux tarifs d'achat sont fixés selon que l'installation bénéficie d'un dispositif de prévision et de lissage de la production d'électricité éolienne ou qu'elle en soit dépourvue. L'arrêté du 17 juin 2014 fixe les conditions d'achat de l'électricité produite par les installations qui ne fournissent pas de service réseau. Les contrats sont souscrits pour 15 ans et le tarif est fixé à 11 c€/kWh pour les départements d'outre-mer. L'arrêté du 8 mars 2013 fixe les conditions d'achat de l'électricité produite par les installations disposant d'un dispositif de prévision et de lissage de la production. Les contrats sont souscrits pour 15 ans et le tarif est fixé à 23 c€/kWh pendant 10 ans, puis entre 5 et 23 c€/kWh pendant 5 ans selon le nombre d'heures

¹⁴ Source : Région Réunion

¹⁵ Source : Quadrant

¹⁶ Source : Région Réunion

¹⁷ Source : Région Réunion

¹⁸ Source : Région Réunion

¹⁹ Source : Région Réunion

²⁰ Source : Région Réunion

²¹ Source : Région Réunion

d'équivalent pleine puissance. A la Réunion le nombre d'heure d'équivalent pleine puissance, dont l'expression est fournie par l'Eq.(40), n'excède pas 2000 heures et on peut donc considérer un tarif de rachat de l'électricité de 23 c€/kWh sur 15 ans. La politique de subventionnement de l'électricité éolienne vise à la réalisation de l'objectif d'autonomie énergétique fixé pour la Réunion par la loi Grenelle I²² ainsi que l'objectif d'atteindre 35 MW de puissance éolienne installée en 2020 et 50 MW en 2030, objectifs fixés par le Schéma Régional du Climat de l'Air et de l'Energie (SRCAE) introduit par la loi Grenelle de II²³. La réalisation de ces objectifs dépend de la répartition spatiale des coûts unitaires espérés de l'électricité éolienne et du montant fixé pour les tarifs de rachat de l'électricité produite. La figure (cette partie est à ces stade encore en voie d'élaboration) illustre pour la technologie Vergnet GEVMP les zones où les coûts unitaires espérés de l'électricité éolienne sont supérieures au montant du tarif de rachat de l'électricité fixé par l'arrêté du 17 juin 2014. L'opportunité de l'investissement dans des capacités de production d'électricité éolien ne dépend néanmoins pas uniquement de l'abondance du gisement éolien quantifiée par le coût unitaire espéré de l'électricité éolienne. La possibilité d'exploiter le gisement éolien dépend aussi de l'accessibilité du gisement éolien traduite par la répartition spatiale des coûts sociaux et environnementaux rédhibitoires propre à chacun des scénarios réglementaires. La méthodologie d'évaluation des politiques publiques de soutien à la production d'électricité éolienne est établie de manière à prendre en compte les deux conditions d'exploitation d'un gisement éolien que sont son accessibilité et l'abondance de la ressource.

La méthodologie d'évaluation des politiques publiques de soutien à la production d'électricité éolienne met en relation la politique réglementaire, qui établie les zones de coûts sociaux et environnementaux rédhibitoires, et la politique de subvention de l'électricité éolienne réalisée par le biais des tarifs de rachats. Dans un premier temps, la courbe cumulative des coûts unitaires espérés de production de l'électricité éolienne est établie en classant par ordre croissant les coûts de production unitaires espérés évalués pour chaque scénario et pour chaque technologie. figure (cette partie est à ces stade encore en voie d'élaboration). Pour chaque scénario de politique réglementaire, chacune des capacités installées dont le coût unitaire espéré de production de l'électricité éolienne est inférieur au tarif de rachat de l'électricité fixé par l'arrêté du 17 juin 2014 est identifiée par le biais de la fonction cumulative. La somme des puissances installées sous l'hypothèse du tarif de rachat pratiqué correspond au potentiel éolien économique. Le potentiel éolien économique est comparé pour chaque scénario à l'objectif fixé en termes de puissance installé pour 2030 et 2050 par le SRCAE introduit par la loi Grenelle de II²⁴. Dans un second temps, la démarche réciproque est effectuée. La courbe cumulative des coûts unitaires espérés de production de l'électricité éolienne est reprise afin d'identifier le tarif de rachat de l'électricité qui permettrait pour chaque scénario d'atteindre les objectifs fixé en terme de puissance installé pour 2030 et 2050 par le SRCAE introduit par la loi Grenelle de II²⁵. La méthodologie d'évaluation des politiques publiques de soutien à la production d'électricité éolienne est illustrée à la Figure 45.

²² art 56 de la Loi n°2009-967 du 3 août 2009 de programmation relative à la mise en œuvre du Grenelle de l'environnement

²³ Loi n°2010-788 du 12 juillet 2010 portant sur l'engagement national pour l'environnement

²⁴ Loi n°2010-788 du 12 juillet 2010 portant sur l'engagement national pour l'environnement

²⁵ Loi n°2010-788 du 12 juillet 2010 portant sur l'engagement national pour l'environnement

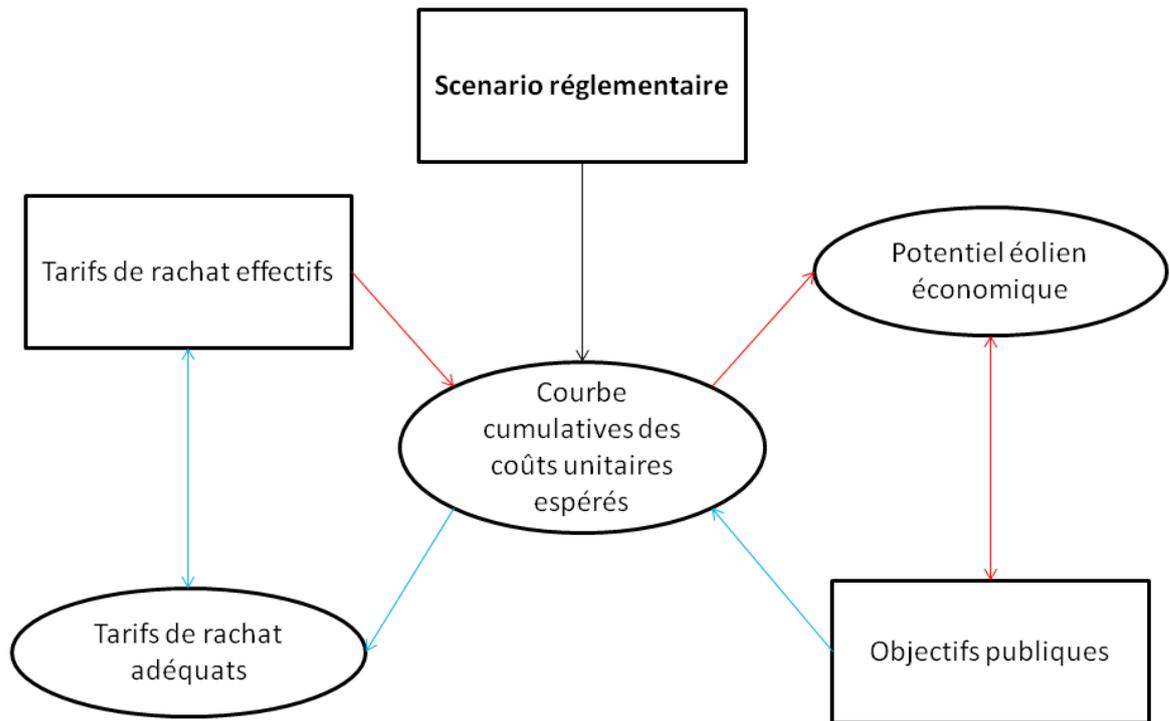


Figure 45: Méthodologie d'évaluation des politiques publiques de soutien à l'électricité éolienne

ANNEXE

Calcul du mode pour $k > 1$:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dv} \log \left[\frac{k}{c} \left(\frac{v}{c} \right)^{k-1} \exp^{-\left(\frac{v}{c} \right)^k} \right] &= 0 \\ \frac{d}{dv} \left[\log k - \log c + (k-1) \log(v) - (k-1) \log c - \left(\frac{v}{c} \right)^k \right] &= 0 \\ \frac{k-1}{v_{mod}} - \frac{k}{c} \left(\frac{v_{mod}}{c} \right)^{k-1} &= 0 \\ v_{mod} &= c \left(\frac{k-1}{k} \right)^{\frac{1}{k}}\end{aligned}$$

Calcul de la médiane :

$$\begin{aligned}F(v_{med}) &= \frac{1}{2} = 1 - \exp^{-\left(\frac{v_{med}}{c} \right)^k} \\ v_{med} &= c (\log 2)^{\frac{1}{k}}\end{aligned}$$

Calcul de l'espérance mathématique :

$$\mu = \int_0^{+\infty} v f(v) dv = \int_0^{+\infty} v \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c} \right)^{k-1} \exp^{-\left(\frac{v}{c} \right)^k} dv$$

En opérant le changement de variable suivant :

$$x = \left(\frac{v}{c} \right)^k, \text{ on a :}$$

$$\begin{aligned}v &= cx^{\frac{1}{k}} \\ \frac{dx}{dv} &= \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c} \right)^{k-1}\end{aligned}$$

On obtient donc:

$$\mu = \int_0^{+\infty} c x^{\frac{1}{k}} \exp^{-x} dx$$

En substituant par la fonction gamma:

$$\Gamma(t) = \int_0^{+\infty} x^{t-1} \exp^{-x} dx$$

$$\mu = c \Gamma \left(1 + \frac{1}{k} \right)$$

Le moment non centré et le moment centré d'ordre n sont définis comme suit:

$$\mu_n = \int_0^{+\infty} v^n f(v) dv = \int_0^{+\infty} v^n \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c} \right)^{k-1} \exp^{-\left(\frac{v}{c} \right)^k} dv = c^n \Gamma \left(1 + \frac{n}{k} \right)$$

$$\mu'_n = E[(v - \mu)^n] = \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} \mu^j \mu_{n-j}$$

Calcul de la variance :

$$\mu_2 = c^2 \Gamma \left(1 + \frac{2}{k} \right)$$

$$\mu'_2 = c^2 \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{k} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right]$$

Calcul du Skewness :

$$\delta = E \left[\left(\frac{v - \mu}{\sigma} \right)^3 \right] = \frac{\mu'_3}{\mu'_2{}^{\frac{3}{2}}}$$

$$\delta = \frac{c^3 \Gamma_3 - 3c \Gamma_1 c^2 \Gamma_2 + 2c^3 \Gamma_1^3}{c^3 [\Gamma_2 - \Gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}} = \frac{\Gamma_3 - 3 \Gamma_1 \Gamma_2 + 2 \Gamma_1^3}{[\Gamma_2 - \Gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}}$$

Avec : $\Gamma(i) = \Gamma \left(1 + \frac{i}{k} \right)$

Calcul du Kurtosis :

$$\beta = E \left[\left(\frac{v - \mu}{\sigma} \right)^4 \right] = \frac{\mu'_4}{\mu'_2{}^2} - 3$$

$$\beta = \frac{c^4 \Gamma_4 - 4c \Gamma_1 c^3 \Gamma_3 + 6c^2 \Gamma_1^2 c^2 \Gamma_2 - 3c^4 \Gamma_1^4}{c^4 [\Gamma_2 - \Gamma_1^2]^2} - 3$$

$$\beta = \frac{\Gamma_4 - 4 \Gamma_1 \Gamma_3 + 6 \Gamma_1^2 \Gamma_2 - 3 \Gamma_1^4}{[\Gamma_2 - \Gamma_1^2]^2} - 3$$

Bibliographie

- Aitchison, J., 1955. On the Distribution of a Positive Random Variable Having a Discrete Probability Mass at the Origin. *J. Am. Stat. Assoc.* 50, 901. doi:10.2307/2281175
- Akpinar, S., Akpinar, E.K., 2009. Estimation of wind energy potential using finite mixture distribution models. *Energy Convers. Manag.* 50, 877–884. doi:10.1016/j.enconman.2009.01.007
- Barbounis, T.G., Theocharis, J.B., 2007. A locally recurrent fuzzy neural network with application to the wind speed prediction using spatial correlation. *Neurocomputing* 70, 1525–1542. doi:10.1016/j.neucom.2006.01.032
- Bechrakis, D.A., and P.D Sparis, 2000. Simulation of the wind speeds at different heights using artificial neural networks. *Wind Eng.* 24, 127–136.
- Brooks, C.E.P., Durst, C.S., Carruthers, N., 1946. Upper winds over the world: Part I. The frequency distribution of winds at a point in the free air. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 72, 55–73. doi:10.1002/qj.49707231105
- Carta, J.A., Ramírez, P., 2007. Use of finite mixture distribution models in the analysis of wind energy in the Canarian Archipelago. *Energy Convers. Manag.* 48, 281–291. doi:10.1016/j.enconman.2006.04.004
- Carta, J.A., Ramírez, P., 2007. Analysis of two-component mixture Weibull statistics for estimation of wind speed distributions. *Renew. Energy* 32, 518–531. doi:10.1016/j.renene.2006.05.005
- Carta, J.A., Ramírez, P., Velázquez, S., 2009. A review of wind speed probability distributions used in wind energy analysis. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 13, 933–955. doi:10.1016/j.rser.2008.05.005
- Cellura, M., Cirrincione, G., Marvuglia, A., Miraoui, A., 2008. Wind speed spatial estimation for energy planning in Sicily: Introduction and statistical analysis. *Renew. Energy* 33, 1237–1250. doi:10.1016/j.renene.2007.08.012
- Chen, Y., Kopp, G.A., Surry, D., 2002. Interpolation of wind-induced pressure time series with an artificial neural network. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 90, 589–615. doi:10.1016/S0167-6105(02)00155-1
- Commission de Régulation de l'Énergie, 2014. Coûts et rentabilité des énergies renouvelables en France métropolitaine.
- Costa Rocha, P.A., de Sousa, R.C., de Andrade, C.F., da Silva, M.E.V., 2012. Comparison of seven numerical methods for determining Weibull parameters for wind energy generation in the northeast region of Brazil. *Appl. Energy* 89, 395–400. doi:10.1016/j.apenergy.2011.08.003
- Da Rosa, A.V., 2013. *Fundamentals of renewable energy processes*, Third edition. ed. Elsevier/AP, Amsterdam.
- Davenport, 1968. The dependence of wind loads on meteorological parameters. *Proc. Second Int. Conf. Wind Eff. Ott. 1967 Univ. Tor.*
- Farrugia, R.N., 2003. The wind shear exponent in a Mediterranean island climate. *Renew. Energy* 28, 647–653. doi:10.1016/S0960-1481(02)00066-6
- Fırtın, E., Güler, Ö., Akdağ, S.A., 2011. Investigation of wind shear coefficients and their effect on electrical energy generation. *Appl. Energy* 88, 4097–4105. doi:10.1016/j.apenergy.2011.05.025
- García, A., Torres, J.L., Prieto, E., de Francisco, A., 1998. Fitting wind speed distributions: a case study. *Sol. Energy* 62, 139–144. doi:10.1016/S0038-092X(97)00116-3
- Harris, R.I., Cook, N.J., 2014. The parent wind speed distribution: Why Weibull? *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 131, 72–87. doi:10.1016/j.jweia.2014.05.005
- H. Tennekes, 1973. The Logarithmic Wind Profile. *J. Atmospheric Sci.* 30, 234–238.
- Jamil, M., Parsa, S., Majidi, M., 1995. Wind power statistics and an evaluation of wind energy

- density. *Renew. Energy* 6, 623–628. doi:10.1016/0960-1481(95)00041-H
- Jaramillo, O.A., Borja, M.A., 2004. Wind speed analysis in La Ventosa, Mexico: a bimodal probability distribution case. *Renew. Energy* 29, 1613–1630. doi:10.1016/j.renene.2004.02.001
- Johnson, N.L., Kotz, S., Balakrishnan, N., 1994. *Continuous univariate distributions*, 2nd ed. ed, Wiley series in probability and mathematical statistics. Wiley, New York.
- Justus, C.G., 1978. *Winds and wind system performance*, Solar energy series. Franklin Institute Press, Philadelphia.
- K. Smith, G. Randall, D. Malcolm, N. Kelley, B. Smith, 2002. *Evaluation of Wind Shear Patterns at Midwest Wind Energy Facilities*.
- Luo, W., Taylor, M.C., Parker, S.R., 2008. A comparison of spatial interpolation methods to estimate continuous wind speed surfaces using irregularly distributed data from England and Wales. *Int. J. Climatol.* 28, 947–959. doi:10.1002/joc.1583
- Manwell, J.F., 2009. *Wind energy explained: theory, design and application*, 2nd ed. ed. Wiley, Chichester, U.K.
- Monin, Obukhov, 1954. Basic laws of turbulent mixing in the surface layer of the atmosphere. *Contrib. Geophys. Inst. Slovak Acad. Sci.* 24, 163–187.
- Morgan, E.C., Lackner, M., Vogel, R.M., Baise, L.G., 2011. Probability distributions for offshore wind speeds. *Energy Convers. Manag.* 52, 15–26. doi:10.1016/j.enconman.2010.06.015
- Ouarda, T.B.M.J., Charron, C., Shin, J.-Y., Marpu, P.R., Al-Mandoos, A.H., Al-Tamimi, M.H., Ghedira, H., Al Hosary, T.N., 2015. Probability distributions of wind speed in the UAE. *Energy Convers. Manag.* 93, 414–434. doi:10.1016/j.enconman.2015.01.036
- Qin, X., Zhang, J., Yan, X., 2012. Two Improved Mixture Weibull Models for the Analysis of Wind Speed Data. *J. Appl. Meteorol. Climatol.* 51, 1321–1332. doi:10.1175/JAMC-D-11-0231.1
- Rehman, S., Al-Abadi, N.M., 2005. Wind shear coefficients and their effect on energy production. *Energy Convers. Manag.* 46, 2578–2591. doi:10.1016/j.enconman.2004.12.005
- Scite International, 2002. *Synthèse de la mesure du vent et évaluations des potentiels éoliens de 4 sites sélectionnés sur l'île de la Réunion*.
- Syndicat des Energies Renouvelables, 2014. *Etats des coûts de production de l'éolien terrestre en France*.
- Take, E.S., Brown, J.M., 1978. Note on the Use of Weibull Statistics to Characterize Wind-Speed Data. *J. Appl. Meteorol.* 17, 556–559. doi:10.1175/1520-0450(1978)017<0556:NOTUOW>2.0.CO;2
- Wieringa, J., 1993. Representative roughness parameters over homogeneous terrain. *Boundary Layer Meteorology* 323–363.